



**UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID**

**Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Automática**

**TESIS DOCTORAL**

**LOCALIZACIÓN GEOMÉTRICA DE ROBOTS MÓVILES AUTÓNOMOS**

Autor

**José María Armingol Moreno**  
Ingeniero Industrial

Directores

**Luis E. Moreno Lorente**  
Doctor Ingeniero Industrial

**Arturo de la Escalera Hueso**  
Doctor Ingeniero Industrial

Leganés, 1997



*A M<sup>a</sup> Ángeles e Ignacio*

# Agradecimientos

Considerando las numerosas personas que han contribuido al buen término de esta tesis, ofreciéndome su colaboración, sugerencias, apoyo y lo más importante de todo, su amistad, a todos ellos, quisiera mostrarles mi agradecimiento.

En primer lugar quiero agradecer a mis directores, D. Luis Moreno y D. Arturo de la Escalera, sus consejos, dirección y la confianza que han mostrado durante estos años de trabajo. El trabajo presentado es el resultado de la labor de investigación realizada en los últimos cuatro años junto a ellos.

A D. Miguel Ángel Salichs, director del Área de Ingeniería de Sistema y Automática de la Universidad Carlos III de Madrid, por despertar en mí el interés por la robótica móvil cuando era un estudiante, y por haberme ofrecido la posibilidad de realizar esta tesis y comenzar mi carrera docente. También quiero dar las gracias a D. Carlos Balaguer, por su contribución en mi formación como ingeniero e investigador.

A D. Eugenio Andrés Puente por dirigir mis pasos hacia el mundo de la investigación. Quiero también expresar mi agradecimiento al resto de profesores de DISAM por haber contribuido en mi formación como ingeniero.

Llega el momento de dar las gracias a todos mis compañeros de fatigas, siempre dispuestos a ofrecer su ayuda. A Vicente Fernández, el padre del piloto, por las horas que hemos pasado programando y la paciencia que ha tenido conmigo. A Ricardo Valverde, el monstruo de las redes neuronales, por las ideas aportadas y sus conocimientos de control. Al grupo de robóticos, Paco Pepe Rodríguez, José M<sup>a</sup> Pastor y Antonio Giménez, siempre eficaces y dispuestos a echar una mano. A Javier Carabaño, por la ayuda prestada en la implementación de los algoritmos, su generosidad y dedicación. A M<sup>a</sup> Jesús López, por ayudarme en las tareas de calibración. A Santiago Garrido, por sus amplios conocimientos de algoritmos genéticos, y al resto de compañeros, Ramón, Dolores, Beatriz, Víctor y Mohamed.

---

También deseo expresar mi agradecimiento a los maestros de laboratorio, Paco Sánchez y Carlos Palazuelos, por las horas dedicadas en el desarrollo de la tarjeta controladora del zoom.

Para finalizar, quiero dar las gracias a las personas más importantes de mi vida, y a las que dedico este trabajo. A M<sup>a</sup> Ángeles por su apoyo, confianza y paciencia, seguramente sin su esfuerzo no hubiera sido capaz de terminarlo; y a mi hijo Ignacio por ofrecerme sus sonrisas a pesar de no dedicarle demasiado tiempo en su primer año de vida. Gracias también a mis padres por la educación recibida y a toda mi familia en general.

## Resumen

La estimación de la localización de un robot móvil autónomo, posición y orientación en cada instante de tiempo, constituye uno de los requerimientos esenciales para su navegación. Tradicionalmente, los robots móviles se localizan usando métodos incrementales, tales como la odometría. Su principal inconveniente radica en la acumulación de errores a lo largo de la trayectoria, siendo preciso desarrollar sistemas de corrección, que actúen de forma periódica o en determinados puntos críticos del camino.

Esta tesis presenta como novedad el desarrollo de una arquitectura de planificación y supervisión de la percepción orientada al proceso de relocalización, que facilite la utilización de robots móviles en entornos complejos, con la finalidad de reducir la incertidumbre relativa a su posición respecto a un sistema de referencia dado.

Las principales ventajas de la arquitectura propuesta son: la facilidad de integración de nuevos sistemas sensoriales e incorporación de algoritmos de localización, la posibilidad de interacción con el sistema de control de pilotaje desarrollado mediante técnicas reactivas y el planificador de trayectorias.

El proceso de localización de un robot móvil a través de su sistema sensorial parte de un conocimiento previo del entorno de trabajo y de la representación geométrica de la información asociada a dicho entorno. Para completar la información de localización en todos los grados de libertad del sistema, será preciso emplear un modelo de representación de la incertidumbre y un método de integración que permita manejar dicha representación.

Los distintos métodos y algoritmos expuestos en el presente trabajo para extraer información del entorno de trabajo, se basan en el empleo de un sistema de visión artificial y sensores de ultrasonidos. Su selección y ejecución en paralelo se realiza a través de un

---

módulo de supervisión con estructura jerárquica, en función de las directrices asociadas a la misión propuesta por el usuario.

La estimación de la posición del vehículo se ha realizado empleando un filtro de Kalman extendido, al tratarse de un método recursivo, que permite obtener una estimación de mínima varianza del estado partiendo de observaciones imprecisas. Para mejorar la estimación de la posición se plantea el uso de un filtro de Kalman extendido iterado basado en algoritmos evolutivos.

Finalmente, también son tratados distintos aspectos particulares relacionados con la verificación y validación de los diferentes módulos sobre una plataforma móvil real.

# Índice.

---

Agradecimientos.	i
Resumen.	iii
Índice.	v
Lista de Figuras.	ix
Lista de Tablas.	xiii
Lista de Símbolos.	xv

<b>1. Introducción.</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción.	1
1.2 Percepción y localización.	2
1.3 Objetivos de la tesis.	4
1.4 Estructura de la tesis.	4
<b>2. Localización de Robots Móviles.</b>	<b>7</b>
2.1 Introducción.	7
2.2 Localización de robots móviles.	9
2.2.1 Sistemas odométricos.	9
2.2.2 Sistemas de navegación inercial.	13
2.2.3 Relocalización de robots móviles por medio de marcas activas.	14
2.2.3.1 Sistemas de posicionamiento global.	15
2.2.4 Relocalización de robots móviles por medio de marcas pasivas.	17
2.2.4.1 Marcas naturales.	18
2.2.4.2. Marcas artificiales.	20
2.2.5 Relocalización mediante marcas a priori.	24
<b>3. Sistema de Percepción.</b>	<b>29</b>
3.1 Introducción.	29
3.2 Estructura general de sistema.	30
3.3 Plataforma móvil.	34
3.4 Sistema locomotor.	36
3.5 Sensores de ultrasonidos.	38
3.5.1 Calibración de los sensores.	40
3.6 Sistema de visión.	41
3.6.1 Óptica.	42
3.6.2 Modelo de la cámara.	42
3.6.3 Calibración del sistema de visión.	45
3.6.4 Cálculo de errores.	50
<b>4. Planificación y supervisión de la localización.</b>	<b>53</b>
4.1 Introducción.	53
4.2 Planificación de la percepción.	54
4.2.1 Arquitectura de control.	56
4.3 Análisis y selección de las marcas en el planificador.	59
4.3.1 Análisis preliminar de las marcas.	59
4.3.2 Selección de las marcas para cada posición de control.	61
4.3.3 Selección de las marcas zonales.	63
4.4 Ciclo del supervisor de la localización.	64
4.4.1 Localización con el robot en movimiento.	66
4.4.1.1 Observabilidad de la marca.	67
4.4.2 Localización con el robot detenido.	69
4.5 Resultados experimentales.	71



---

<b>5. Localización mediante marcas.</b>	<b>77</b>
5.1 Introducción.	77
5.2 Relocalización mediante marcas.	79
5.2.1 Detección de las marcas circulares.	79
5.2.1.1 Correlación normalizada.	80
5.2.1.2 Búsqueda jerarquizada.	81
5.2.1.3 Precisión sub-píxel.	82
5.2.1.4 Localización de la marca.	82
5.2.2 Marcas pertenecientes al entorno.	83
5.2.2.1 Detección de la marca.	87
5.2.2.2 Escalado de la imagen.	88
5.2.2.3 Detección de bordes.	89
5.2.2.4 Segmentación.	91
5.2.2.5 Reconocimiento de la marca.	93
5.3 Estimación óptima de la localización.	94
5.3.1 Estimación de la posición. Incertidumbre geométrica.	95
5.3.2 Estimación de sistema dinámico lineales. Filtro de Kalman.	95
5.3.3 Estimación de sistemas dinámicos no-lineales. Filtro de Kalman extendido.	97
5.3.4 Convergencia del filtro.	99
5.4 Aplicación al robot móvil B21.	99
5.4.1 Cinemática del robot móvil.	99
5.4.2 Ecuación de observación.	101
5.4.3 Ciclo de localización.	103
5.4.3.1 Predicción de la posición.	104
5.4.3.2 Predicción de las observaciones.	105
5.4.3.3 Correspondencia.	106
5.4.3.4 Estimación.	108
<b>6. Localización mediante ultrasonidos.</b>	<b>111</b>
6.1 Introducción.	111
6.2 Sensores de ultrasonidos.	112
6.3 Representación de la información geométrica.	113
6.3.1 Filtrado de los sensores.	115
6.3.2 Predicción de la innovación.	116
6.3.3 Cálculo de la posición.	118
6.4 Integración de la información sensorial.	125
6.5 Integración global de la información geométrica.	127
6.5.1 Localización con información geométrica.	128
6.6 Resultados experimentales.	131
<b>7. Localización mediante filtros no lineales evolutivos.</b>	<b>137</b>
7.1 Introducción.	137
7.2 Filtro de Kalman extendido iterado.	139
7.2.1 Robustez de los métodos tradicionales de optimización.	141

---

7.3 Funcionamiento de los algoritmos genéticos.	144
7.3.1 Ciclo de funcionamiento.	144
7.3.2 Operador de reproducción.	145
7.3.3 Operador de cruce.	146
7.3.4 Operador de mutación.	147
7.4 Relocalización de robots móviles mediante filtros no lineales evolutivos.	147
7.4.1 Estructura genética.	148
7.4.2 Codificación de los parámetros.	149
7.4.3 Funciones de salud.	151
7.5 Resultados experimentales.	153
<b>8. Resultados experimentales.</b>	<b>157</b>
8.1 Introducción.	157
8.2 Relocalización mediante marcas.	159
8.3 Relocalización mediante ultrasonidos.	170
8.4 Relocalización mediante filtros no lineales evolutivos.	177
<b>9. Conclusiones.</b>	<b>181</b>
9.1 Aportaciones.	181
9.2 Futuras líneas de trabajo.	183
<b>Apéndice A.</b>	<b>185</b>
<b>Apéndice B.</b>	<b>191</b>
<b>Bibliografía.</b>	<b>197</b>

# Lista de figuras.

---

Figura 2-1.	Crecimiento de la incertidumbre de la posición del robot.	8
Figura 2-2.	Configuraciones típicas de tracción y dirección.	10
Figura 2-3.	Plataforma TRC Labmate.	15
Figura 2-4.	Sistemas de posicionamiento global.	16
Figura 2-5.	Plataforma de inspección IMSS.	22
Figura 2-6.	Marcas artificiales para relocalización.	23
Figura 2-7.	Sistema de localización basado en un laser giratorio.	24
Figura 2-8.	Sistema de triangulación CCD-laser.	26
Figura 3-1.	Estructura general del sistema.	31
Figura 3-2.	Estructura del módulo de localización.	32
Figura 3-3.	Estructura hardware de la plataforma.	33
Figura 3-4.	Plataforma móvil B21 de RWI.	35
Figura 3-5.	Configuración synchro-drive.	37
Figura 3-6.	Distribución de los sensores de ultrasonidos.	39

---

Figura 3-7.	Modelado del error cometido por los sensores de ultrasonidos.	40
Figura 3-8.	Plataforma orientable y cámara de vídeo.	41
Figura 3-9.	Tarjetas para control de la óptica y procesamiento de imágenes.	42
Figura 3-10.	Modelo de la cámara de vídeo.	44
Figura 3-11.	Determinación de las coordenadas del centro de la imagen.	47
Figura 3-12.	Coordenados de los centros de la imagen.	47
Figura 3-13.	Distancia focal frente a la posición del motor del zoom.	48
Figura 3-14.	Posición del motor del zoom frente al logaritmo de la f.	49
Figura 3-15.	Coefficiente de distorsión de la lente.	50
Figura 3-16.	Error UIPE.	51
Figura 4-1.	Arquitectura de control del robot móvil.	56
Figura 4-2.	Modelado de la trayectoria y generación de las posiciones de control.	60
Figura 4-3.	Módulo de evaluación de la visibilidad.	62
Figura 4-4.	Clasificador óptico.	64
Figura 4-5.	Equema general del planificador de la percepción.	65
Figura 4-6.	Selección de la marca más idónea según la incertidumbre en la posición.	66
Figura 4-7.	Modulo selector según incertidumbre.	67
Figura 4-8.	Modulo de observabilidad.	68
Figura 4-9.	Esquema general del supervisor para la localización en movimiento.	69
Figura 4-10.	Evaluador de idoneidad para el vehículo detenido.	70
Figura 4-11.	Esquema del supervisor para la localización con el vehículo detenido.	71
Figura 4-12.	Resultados experimentales 1.	72
Figura 4-13.	Resultados experimentales2.	74
Figura 5-1.	Relocalización mediante marcas.	78
Figura 5-2.	Estructura piramidal empleada en la búsqueda jerarquizada.	81
Figura 5-3.	Detección de marcas circulares.	84
Figura 5-4.	Detección de marcas circulares.	85
Figura 5-5.	Marcas rectangulares utilizadas en el proceso de localización.	86
Figura 5-6.	Algoritmo para la detección de la marca.	87
Figura 5-7.	Escalado de la imagen.	88
Figura 5-8.	Detección de los bordes de la marca.	90
Figura 5-9.	Imagen binarizada aplicando el método de Otsu.	92
Figura 5-10.	Cinemática del robot móvil.	100
Figura 5-11.	Movimiento de la plataforma orientable.	102
Figura 5-12.	Ciclo de localización.	104
Figura 6-1.	Anillo de ultrasonidos de la plataforma B21-RWI.	112
Figura 6-2.	Localización angular del sensor.	113
Figura 6-3.	Modelo del entorno.	114
Figura 6-4.	Cálculo de la distancia estimada del sensor a la marca.	115
Figura 6-5.	Cálculo de la innovación para las medidas observadas.	117
Figura 6-6.	Proyecciones de las componentes de la innovación.	118
Figura 6-7.	Ajuste del nuevo sistema de referencia (entorno1).	121

Figura 6-8.	Obtención del sistema de referencia tras la primera iteración (entorno1).	122
Figura 6-9.	Ajuste del nuevo sistema de referencia (entorno2).	123
Figura 6-10.	Obtención del sistema de referencia tras la primera iteración (entorno2).	124
Figura 6-11.	Localización en posición con ultrasonidos.	132
Figura 6-12.	Localización angular con ultrasonidos.	132
Figura 6-13.	Localización en posición y angular mediante ultrasonidos (1).	133
Figura 6-14.	Localización en posición y angular mediante ultrasonidos (2).	133
Figura 6-15.	Corrección en posición con proceso iterativo.	134
Figura 6-16.	Corrección angular con proceso iterativo.	134
Figura 6-17.	Comparación de la integración de la información en posición.	135
Figura 6-18.	Comparación de la integración de la posición en ángulo.	135
Figura 7-1.	Ciclo en un algoritmo genético.	145
Figura 7-2.	Fase de cruce en un AG.	146
Figura 7-3.	Localización en posición con AG (1).	153
Figura 7-4.	Localización angular con AG (1).	154
Figura 7-5.	Localización en posición con AG (2).	154
Figura 7-6.	Localización angular con AG (2).	155
Figura 8-1.	Entorno de trabajo.	158
Figura 8-2.	Geodimeter System 600.	158
Figura 8-3.	Camino 1 sin relocalización.	160
Figura 8-4.	Camino 1 con relocalización.	161
Figura 8-5.	Camino 2 sin relocalización.	163
Figura 8-6.	Camino 2 con relocalización.	164
Figura 8-7.	Camino 2 sin relocalización (2 ciclos).	165
Figura 8-8.	Camino 2 con relocalización (2 ciclos).	166
Figura 8-9.	Camino 4 sin relocalización.	168
Figura 8-10.	Camino 4 con relocalización.	169
Figura 8-11.	Evolución del error de posición del vehículo sin relocalización (1).	170
Figura 8-12.	Evolución del error de posición del vehículo con relocalización (1).	171
Figura 8-13.	Evolución del error de posición del vehículo sin relocalización (2).	171
Figura 8-14.	Evolución del error de posición del vehículo con relocalización (2).	172
Figura 8-15.	Camino 5 sin relocalización.	173
Figura 8-16.	Camino 5 con relocalización.	174
Figura 8-17.	Camino 6 sin relocalización.	175
Figura 8-18.	Camino 6 con relocalización.	176
Figura 8-19.	Localización basada en filtros no lineales evolutivos (1).	178
Figura 8-20.	Localización basada en filtros no lineales evolutivos (2).	179



# Lista de tablas.

---

---

Tabla 3-1. Resultados obtenidos en la calibración de los sensores de ultrasonidos.	40
Tabla 3-2. Resultados obtenidos en la calilbración de la plataforma pan-tilt.	45
Tabla 3-3. Coordenadas de los centros de la imagen.	48
Tabla 4-1. Resultados del planificador de la percepción (1).	73
Tabla 4-2. Resultados del supervisor de la localización (1).	73
Tabla 4-3. Resultados del planificador de la percepción (2).	74
Tabla 8-1. Estudio comparativo de errores.	167
Tabla 8-2. Errores en posición asociados al algoritmo evolutivo de 250 elem. x 10 gen.	177
Tabla 8-3. Errores en posición asociados al algoritmo evolutivo de 250 elem. x 5 gen.	180





# Lista de Símbolos.

---

$OX_wY_wZ_w$	Sistema de referencia absoluto.
$OXYZ$	Sistema de referencia de la cámara.
$[R]$	Matriz de rotación.
$[T]$	Matriz de traslación.
$f$	Distancia focal.
$C_x, C_y$	Coordenadas del centro de la imagen.
$d_x, d_y$	Distancia entre los elementos sensores del CCD.
$d_{px}, d_{py}$	Tamaño efectivo del pixel en las direcciones x e y.
$X_d, Y_d$	Coordenadas de la imagen.
$X_f, Y_f$	Coordenadas de la imagen en la memoria del computador.
$k_l$	Coefficiente de distorsión radial de la lente.
$s_x$	Factor de incertidumbre de escala.
$u_c, v_c$	Coordenadas de la imagen del centro de gravedad de la marca.
$v$	Velocidad lineal del vehículo.
$\omega$	Velocidad angular del vehículo.

---

$d_i$	Distancia a la marca (m).
$\delta_i$	Ángulo de visión de la marca (grados).
$C_e$	Número de cuentas del encoder por vuelta de la rueda.
$R_e$	Radio efectivo de la rueda.
$(n_s, x, y, z, \theta_r)$	Parámetros para la identificación de las marcas.
$I_i$	Idoneidad de la marca.
$S_i$	Segmento de óptica.
$\theta_i$	Ángulo de orientación de la marca.
$\theta_{pan}$	Ángulo de giro pan de la plataforma orientable.
$\theta_{tilt}$	Ángulo de giro tilt de la plataforma orientable.
$T$	Traslación del robot móvil.
$\theta$	Ángulo girado por el robot móvil.
$r(x, y)$	Correlación normalizada.
$M(x)$	Modelo de la marca.
$I(x)$	Imagen adquirida por el sistema de visión artificial.
$T(x)$	Función de escalado de la imagen.
$D_{E-O}$	Distancia euclídea para emparejamiento de contornos.
$E$	Error.
$\hat{x}_{k+1 k}$	Predicción de la posición del robot móvil.
$P_{k+1 k}$	Matriz de covarianzas de la predicción.
$\hat{x}_{k+1 k+1}$	Estimación de la posición del robot móvil.
$P_{k+1 k+1}$	Matriz de covarianzas de la estimación.
$z_{k+1}$	Estimación de las medidas.
$H_{k+1}$	Función de observación.
$\phi_{pan} \phi_{tilt}$	Ángulos observados por el sistema de visión artificial.
$\hat{z}_{k+1}$	Observación sensorial.
$v_k$	Error de predicción de la medida o innovación.
$S_{k+1}$	Matriz de covarianzas de la innovación.
$K_{k+1} W_{k+1}$	Ganancia del filtro de Kalman.
$D_e$	Estimación de la distancia a la marca en el método de la proyección.
$\theta_{s-u}^a$	Ángulo relativo entre el sensor y la referencia del vehículo.
$(X_r, Y_r, \theta_r)$	Coordenadas del robot respecto a la referencia absoluta.
$(X_s^n, Y_s^n, \theta_s^n)$	Coordenadas del segmento respecto a la referencia absoluta.
$\theta_{proy}$	Ángulo de proyección.
$X_{v_{k1}}, Y_{v_{k1}}$	Proyecciones de la innovación.
$X_{z_{k1}}, Y_{z_{k1}}$	Proyecciones de la medida.
$C_{Px}, C_{Py}$	Conjuntos de puntos en el método de la proyección.
$p(z x)$	Probabilidad condicionada.
$F(x(k+1))$	Error cuadrático correspondiente a la medida y estimación.

# Introducción.

---

## 1.1 Introducción.

Las posibles aplicaciones de los robots móviles, como sistemas autónomos, en tareas de transporte tanto en entornos industriales y de oficina, como en entornos exteriores, ha provocado que sean considerados una plataforma ideal de investigación en procesos de control y percepción.

El principal objetivo de estos sistemas es su desplazamiento sin la ayuda de medios externos (hilos eléctricos para guiado, teleoperación, etc.), utilizando exclusivamente la información proporcionada por sus propios sensores, precisando de potentes mecanismos de

---

percepción y razonamiento, basados en la interpretación e integración de la información suministrada por los diferentes sistemas sensoriales.

Las misiones típicas demandadas a los robots móviles son la inspección de áreas peligrosas, la recogida de muestras y el transporte de materiales y piezas. La dificultad en la realización de dichas misiones depende de una serie de cuestiones ligadas principalmente con la complejidad del entorno de trabajo (existencia de objetos estáticos y dinámicos), las condiciones ambientales de funcionamiento, las características del terreno (tipos de suelo, rugosidades, pendientes, etc.) y la distancia a recorrer. Los diferentes factores mencionados influirán en el diseño del robot móvil en cuanto a su forma de locomoción, estructura física, sistema sensorial, comunicaciones, etc. Además será preciso tener en cuenta las interacciones entre los sistemas de navegación, pilotaje y localización.

Uno de los principales objetivos que se presenta en el desarrollo de sistemas robotizados es la implementación de una monitorización continua de la posición del robot, es decir, la determinación de la posición y orientación durante el movimiento respecto a un sistema de referencia absoluto, que le permita tomar decisiones en función de las directrices asociadas a la misión que debe cumplir.

Las diferentes soluciones propuestas al problema de la localización de robots móviles pueden agruparse en sistemas de posicionamiento incrementales y absolutos. Los primeros están constituidos por sistemas odométricos, de navegación inercial, etc., se trata de sistemas que no precisan información externa del movimiento del vehículo; mientras que los segundos se basan en procesos de localización mediante reconocimiento de marcas artificiales, pertenecientes al entorno, correspondencia entre la información sensorial y mapas a priori, etc., a través de la información suministrada por el sistema sensorial.

En la mayoría de los casos los robots móviles combinan ambos métodos para conocer su posición respecto al entorno de trabajo.

## 1.2 Percepción y localización.

El sistema de percepción del robot móvil constituye la base de sus acciones inteligentes, puesto que sin él las acciones serían puramente preprogramadas. Al mismo tiempo, se puede considerar la más compleja de las capacidades propias de los sistemas autónomos inteligentes.

La incorporación de sistemas de percepción evolucionados permitirá al robot móvil trabajar en entornos menos estructurados, disminuyendo el proceso de planificación de las tareas. Por otra parte, se dotará al sistema de capacidad de interpretar el estado del entorno, pudiendo tomar decisiones y reaccionar ante fallos imprevistos, aumentando así su seguridad de funcionamiento.

En los últimos años ha habido un gran desarrollo, tanto de sensores (visión por computador, ultrasonidos, infrarrojos, táctiles, etc.) como de algoritmos para la interpretación de la información proporcionada por cada uno de ellos. Sin embargo, ningún sensor es capaz de resolver todas las necesidades de percepción considerando que su información es parcial. En el caso de los sistemas de visión 2D no puede obtenerse información de profundidad, además presentan limitaciones de uso según la iluminación, óptica, etc. Los sensores de ultrasonidos son usados en la medición de distancias, su precisión depende de la forma geométrica de la superficie de reflexión, grado de inclinación de ésta, etc. Los sensores táctiles precisan de contacto físico entre el sensor y el objeto de interés; por otro lado, es preciso considerar que la información sensorial se encuentra sometida a una incertidumbre debida a la imprecisión del sensor, errores de calibración, ruido de la medida, etc.

Las diferentes soluciones aportadas para resolver el problema del posicionamiento de un robot móvil, pueden agruparse según dos tendencias: localización geométrica y topológica.

El proceso de localización geométrica de un vehículo a través de su sistema sensorial se basa en un conocimiento previo del entorno de trabajo y en la representación geométrica de la información asociada a éste. Esta última facilita la tarea de integración y fusión de la

información aunque proceda de distintos sensores, siendo además bastante robusta frente a oclusiones parciales e informaciones incompletas y ofreciendo una adecuada formulación matemática. Otra alternativa pasa por la representación paramétrica de la información, basada en el uso de un conjunto de descriptores que caractericen globalmente a los objetos y elementos que conforman el entorno de trabajo. Su mayor inconveniente radica en la dificultad de encontrar descriptores que sean invariantes ante cambios del punto de vista y robustos frente a oclusiones parciales.

La localización topológica responde a eventos asociados a elementos del entorno de trabajo, es decir, se persigue el establecimiento de diferentes planes de relocalización utilizando información del entorno y una serie de consejos, que permita identificar nuestra posición:

*“Para llegar al laboratorio, sigue la pared de la derecha, gira en la primera intersección a la derecha y busca la tercera puerta”*

### 1.3 Objetivos de la tesis.

El principal objetivo del presente trabajo es el desarrollo de un sistema de localización geométrica, basado en la percepción del entorno, que facilite la utilización de robots móviles en entornos complejos. La investigación realizada en este campo se ha orientado a aplicaciones en entornos estructurados (interiores de edificios, entornos industriales, etc.), con la finalidad de reducir la incertidumbre relativa a la posición y orientación del vehículo respecto a un sistema de referencia dado.

Los diferentes objetivos planteados son los siguientes:

- Planteamiento de una arquitectura jerárquica de localización que permita manejar adecuadamente la información sensorial y capaz de adaptarse a las necesidades de cada tipo de misión según el entorno de trabajo.
- Desarrollo de unos niveles de planificación y supervisión para establecer y ejecutar un plan de la localización realizado *a priori*, según la trayectoria asociada a la misión propuesta por el usuario.

- Formulación de diferentes métodos y algoritmos para la interpretación e integración de la información suministrada por el sistema sensorial, que acoten los errores de posición del robot, proporcionando robustez y fiabilidad al sistema.
- Experimentación y validación del sistema desarrollado utilizando una plataforma móvil y sistemas sensoriales reales.

## **1.4 Estructura de la tesis.**

El contenido de la tesis se encuentra distribuido en nueve capítulos. Inicialmente se presenta un capítulo dedicado al análisis de las distintas metodologías desarrolladas para localizar un robot móvil. También se procederá al estudio de los sensores empleados en el proceso de percepción del entorno de trabajo, y de los algoritmos de localización dependiendo del tipo de entorno y de su clasificación en altamente estructurados y no estructurados.

En el capítulo tercero se realiza una descripción de la estructura hardware y software de la plataforma móvil utilizada para el desarrollo de los algoritmos de localización que posteriormente se analizarán.

Los diversos ambientes de trabajo en los que el robot móvil puede encontrarse durante la ejecución de una tarea han provocado la necesidad de desarrollar un módulo de planificación de la percepción, que permita generar un plan a priori de marcas idóneas para el proceso de localización. El plan generado y la gestión sensorial según el entorno son llevados a cabo por un módulo de supervisión de la localización. Ambos sistemas son tratados en el capítulo cuarto de la tesis.

La localización de robots móviles mediante marcas tanto artificiales como pertenecientes al entorno de trabajo se aborda en el capítulo quinto. Para la detección de las marcas se utiliza un sistema de visión artificial montado sobre una plataforma pan-tilt, que permite determinar los ángulos de visión respecto a las marcas elegidas. La información sensorial se integra a través de un filtro de Kalman extendido.

El capítulo sexto se dedica a la localización de robots móviles mediante sensores de ultrasonidos en entornos altamente estructurados tales como pasillos, corredores, etc. El método desarrollado proyecta las componentes de la innovación de las medidas proporcionadas por los sensores. La información sensorial de posición y orientación se integra nuevamente mediante un filtro de Kalman extendido.

Considerando que los modelos de planta y medida utilizados en la integración de la información sensorial están constituidos por sistemas de ecuaciones no lineales, será preciso linealizar dichas expresiones, proceso que introduce un cierto error en la estimación final de la posición del vehículo. En el capítulo séptimo se plantea el proceso de localización mediante filtros no lineales de tipo evolutivo basados en el uso de algoritmos genéticos que permiten una integración sensorial a través de un filtro de Kalman extendido iterado.

En el capítulo octavo se muestran y analizan los resultados experimentales obtenidos en los distintos entornos de trabajo propuestos.

Finalmente, en el capítulo noveno se recopilan las conclusiones en atención a los resultados obtenidos y se señalan posibles líneas de investigación futuras a partir de éstas.



# Localización de robots móviles.

---

# 2

## 2.1 Introducción.

En este capítulo se hace un análisis de los principales trabajos realizados en los últimos años para obtener la localización de un robot móvil en el entorno que le rodea, describiéndose los algoritmos y sensores utilizados en cada uno de ellos.

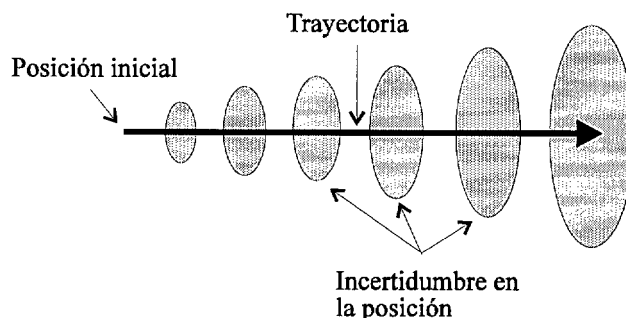
La estimación de la localización para un vehículo móvil autónomo constituye uno de los requerimientos esenciales para su navegación, pues le permitirá conocer la posición y orientación que tiene en cada instante de tiempo. El método más común y que casi todos los robots móviles llevan incorporado es el odométrico. Este sistema integra la trayectoria,

estimando la posición y orientación del robot por el movimiento de las ruedas motrices. Sin embargo, se caracteriza por presentar distintas fuentes de error, unas asociadas a los sistemas mecánicos empleados y que son acumulativas en el tiempo, y otras debidas a deslizamientos, falta de simetría en las ruedas, etc. Estos errores provocan un aumento de la incertidumbre en la posición y orientación (figura 2-1), pudiéndose llegar a un punto en el que la información proporcionada por el sistema odométrico no sea acorde con la realidad.

Otra alternativa consiste en sustituir la odometría por sistemas de navegación inercial, cuyo funcionamiento esta asociado al uso de acelerómetros para el calculo de las variaciones de velocidad y de giroscopios para los cambios de orientación. Su precisión depende de la calidad de los elementos que lo conforman, estando también sujetos a errores del mismo tipo que los sistemas odométricos y presentando como inconveniente adicional su elevado coste.

Podemos considerar que los sistemas basados en la odometría proporcionan ayudas válidas, que deberán ser complementadas con otros procesos que actualicen la posición y que permitan mantener el error dentro de unos márgenes aceptables para la aplicación. Al proceso que se encarga de determinar la posición y orientación del robot móvil, utilizando la información procedente de los sensores externos, se le suele denominar "*relocalización*".

Los métodos desarrollados para la resolución de este problema se pueden considerar agrupados según dos tendencias:



**Figura 2-1. Crecimiento de la incertidumbre de la posición del robot con la odometría.**

- Detección de marcas (naturales, artificiales) presentes en el entorno.
- Correspondencia entre la información suministrada por los sensores y un mapa a priori del entorno.

Las características que se deberán tener en cuenta a la hora de diseñar el sistema sensorial vendrán dadas por [Eve89] [Eve95]: tamaño, consumo, simplicidad, redundancia, capacidad de operar en tiempo real, capacidad para detectar todo tipo de objetos en el entorno, resolución, exactitud, máxima y mínima distancia efectiva, campo de visión. Respecto al tipo de sensores que pueden ser utilizados, los más comunes son:

- Sensores de proximidad: ultrasonidos, infrarrojos, láseres.
- Sistemas basados en visión artificial: monoculares, estéreos, luz estructurada.
- Sistemas odométricos.
- Sistemas de posicionamiento global.
- Sistemas de navegación inercial.

## **2.2 Localización de robots móviles.**

La estimación de la localización de un vehículo móvil le permite al sistema de control conocer el punto en el que se encuentra dentro del entorno y por lo tanto poder decidir el camino que deberá recorrer para alcanzar el punto de destino.

### **2.2.1 Sistemas odométricos.**

La exactitud de la odometría en las plataformas móviles depende básicamente del diseño cinemático y de las siguientes consideraciones:

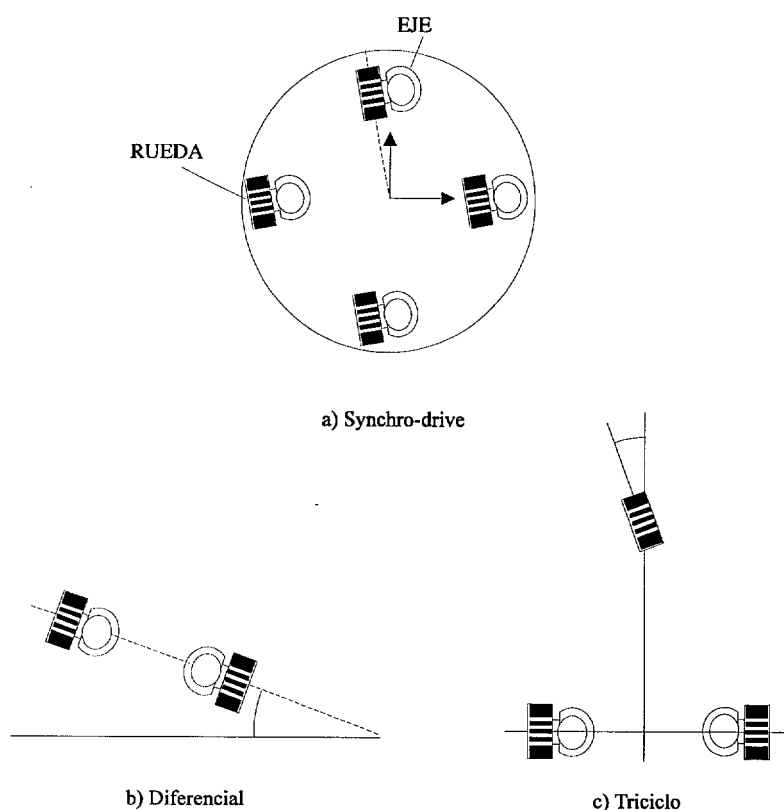
- los vehículos con ruedas pequeñas son más propensos a la acumulación de error en la orientación, que los que presentan ruedas grandes.
- la rueda ideal debería estar fabricada de aluminio y cubierta de una delgada capa de goma para una mejor tracción, al mejorar la superficie de contacto con el suelo.

- la configuración diferencial considera el desplazamiento y la velocidad del vehículo como los valores medios asociados a la rueda derecha e izquierda.

$$D = \frac{D_{dcha} + D_{izda}}{2} , \quad V = \frac{V_{dcha} + V_{izda}}{2} \quad (2.1)$$

- la configuración en triciclo utiliza una única rueda directriz, y dos ruedas pasivas (se trata de una configuración básicamente utilizada en AGVs debido a su simplicidad), ello provoca un desplazamiento del centro de gravedad del vehículo en movimientos en planos inclinados, así como pérdidas de tracción.
- la configuración *synchro-drive* proporciona mejores resultados que la diferencial y triciclo (figura 2-2), sobre todo en suelos irregulares, debido a que todas las ruedas se encuentran acopladas, girando en la misma dirección y a la misma velocidad.

El modo de funcionamiento del sistema odométrico se basa en la integración de la trayectoria, estimando la posición y orientación del robot por la medición de los movimientos



**Figura 2-2. Configuraciones típicas de tracción y dirección.**

de las ruedas motrices, siendo las ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 x(t + \tau) &= x(t) + \int V(t) \cos \theta(t) dt \\
 y(t + \tau) &= y(t) + \int V(t) \sin \theta(t) dt \\
 \theta(t + \tau) &= \theta(t) + \int \frac{\Omega(t)}{d} dt
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

donde  $V$  es la media de la velocidad de las dos ruedas y  $\Omega$  la diferencia de velocidad entre las dos ruedas (configuración diferencial) y  $d$  la distancia entre las dos ruedas motrices. Como posibles aproximaciones, en [WatYut90] se toman las velocidades constantes:

$$\begin{aligned}
 x(t + \tau) &= x(t) + \tau V(t) \cos \theta(t) \\
 y(t + \tau) &= y(t) + \tau V(t) \sin \theta(t) \\
 \theta(t + \tau) &= \theta(t) + \tau \frac{\Omega(t)}{d}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

pudiendo considerar que el movimiento del robot equivale a una traslación seguida de una rotación. En el caso de considerar la cinemática del vehículo un giro de velocidad constante, el movimiento de las ruedas será [CroRei92]:

$$\begin{aligned}
 \Delta S_{izq} &= \Delta \theta \left( R - \frac{d}{2} \right) \\
 \Delta S_{dcha} &= \Delta \theta \left( R + \frac{d}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

siendo  $R$  la inversa de la curvatura. De las dos ecuaciones anteriores puede obtenerse el incremento de la distancia recorrida y del ángulo.

El principal inconveniente de la odometría está asociado a la acumulación de errores en el tiempo, y de forma particular el error en la orientación del vehículo. A pesar de todo, la odometría constituye una parte importante de todo sistema de navegación, siendo utilizada en todos los robots móviles por varias razones:

- la información proporcionada por la odometría puede ser fusionada con medidas de la posición absoluta del vehículo para proporcionar una mejor estimación de la posición [CroRei92][Cox91][CheCro92].

- suministra información en los tramos de las trayectorias entre marcas, cuando éstas no pueden ser utilizadas en el proceso de localización.
- los métodos de localización basados en marcas y conocimiento de mapas a priori, requieren de una información odométrica precisa, para así poder restringir las zonas de búsqueda y disminuir el tiempo de cómputo requerido por los algoritmos.
- en algunas situaciones constituye el único medio de información disponible; es el caso de no disponer de marcas externas de referencia, o bien de producirse un fallo en alguno de los subsistemas sensoriales empleados.

Los errores asociados a la odometría los podemos clasificar en dos grupos: errores sistemáticos (distintos diámetros en las ruedas del vehículo, diferencias entre el diámetro nominal de la rueda y su valor real, desalineamientos de las ruedas, resolución del encoder, etc.) y errores no sistemáticos (deslizamientos con la superficie de contacto, pérdida del punto de contacto de la rueda con el suelo, posibles fuerzas internas y externas aplicadas sobre las ruedas, etc.).

Esta distinción entre los errores es importante de cara a poder evaluar el error cometido por la odometría [ChonKle97]. Los errores sistemáticos provocan una acumulación constante de error, pudiendo considerarse como la principal fuente de error en entornos interiores; por contrario, si el vehículo se mueve sobre superficies rugosas con muchas irregularidades, los errores no sistemáticos son los que predominan, apareciendo de forma inesperada y provocando alteraciones importantes en la posición del robot. Normalmente, cuando un robot móvil presenta un sistema híbrido de localización formado por odometría y marcas, la frecuencia de aparición de éstas últimas depende de los errores que presente el sistema.

Los dos principales errores sistemáticos que aparecen en la mayoría de los sistemas odométricos pueden ser cuantificados de la siguiente manera [BoFe96]:

- error debido a la desigualdad de diámetros en las ruedas del vehículo:

$$E_d = D_D / D_I \quad (2.5)$$

donde  $D_D$  y  $D_I$  son el diámetro real de las ruedas de la derecha e izquierda del vehículo.

- error debido a la diferencia entre el diámetro de la rueda y el valor nominal.

$$E_b = b_{real} / b_{nominal} \quad (2.6)$$

### 2.2.2 Sistemas de navegación inercial.

Los sistemas de navegación inercial (INS) constituyen otra alternativa en la localización de robots móviles, aunque inicialmente fueron desarrollados para su empleo en aeronáutica. Básicamente su modo de funcionamiento está asociado a una medición continua de la aceleración en cada uno de los tres ejes direccionales. Una plataforma giroscópica estabilizada es utilizada para mantener la orientación de los tres acelerómetros empleados en el proceso. Los giróscopos son los encargados de proporcionar información respecto a la variación angular, mientras que los acelerómetros facilitan las variaciones de velocidad.

Para obtener la orientación y posición del vehículo será preciso integrar una y dos veces respectivamente la información relacionada con las variaciones angulares y de velocidad lineal, eso conduce a que cualquier pequeño error cometido en la medida puede causar un crecimiento importante en el error de la posición y orientación del vehículo.

El principal atractivo del uso de los sistemas de navegación inercial está asociado a que no precisan de información externa del movimiento del vehículo para su posicionamiento, así como de su rapidez en el flujo de medidas enviadas. Por contrario, presenta como principal inconveniente el elevado coste de fabricación y posterior mantenimiento.

Barshan y Durrant-White [BarDur95] utilizan un sistema de navegación inercial para establecer la posición y orientación de un vehículo de exteriores (FRAIT 80), con un peso de 19 toneladas, capaz de alcanzar una velocidad de 6m/s y destinado al transporte de contenedores (capacidad de carga de 80 toneladas). El modelado de los errores del sistema de navegación inercial es generado e incluido en un Filtro de Kalman Extendido para poder estimar la posición y orientación del vehículo. Los resultados demuestran que el sistema desarrollado es capaz de

compensar derivas en orientación del orden de 5-15°/min y de 1-8 cm/s en posición, dependiendo de las variaciones de aceleración a las que se encuentre sometido.

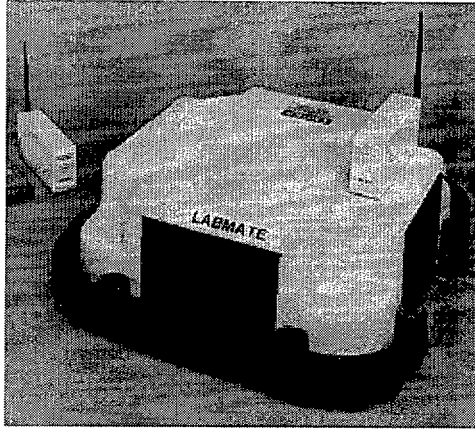
### **2.2.3 Relocalización de robots móviles por medio de marcas activas.**

La relocalización de robots móviles mediante marcas activas se basa en la medición de las direcciones de incidencia de tres o más marcas emisoras. En la mayoría de los casos estas marcas están constituidas por paneles luminosos, transmisores de radio frecuencia, ultrasonidos, etc., siendo conocida su ubicación en el entorno de trabajo.

Fleury y Baron [FleBar93] presentan un sistema de visión para relocalización de robots móviles, externo al robot (este sistema es capaz de cubrir un área de trabajo restringido). El robot lleva fijado un patrón de referencia constituido por puntos coplanarios, formado por diodos infrarrojos. El área de trabajo está cubierto por tres cámaras de vídeo de forma que, en todo momento, al menos una de ellas vea el patrón. En el bucle de predicción y verificación han desarrollado un método probabilístico que es aplicado para identificar y localizar los puntos del patrón. Éste algoritmo si está implementado en un sistema real tardando 240 ms en un 68030 a 25MHz, permitiendo al robot desplazarse a una velocidad de 0.6 m/s. Los errores obtenidos durante el proceso de relocalización oscilan entre 2-10 mm.

D'Orazio, Lovergine y Ianigro [OrLola94] basándose en el método anterior, han desarrollado una serie de paneles constituidos por grupos de LEDs, como marcas de referencia. El seguimiento de dichas marcas conocidas y colocadas sobre el entorno se realiza a través de un sistema de visión montado sobre un robot TRC Labmate (figura 2-3). Para llevar a cabo la integración de las medidas y la determinación de la estimación óptima de la posición del robot utilizan un filtro de Kalman Extendido. El principal problema que presenta el sistema está asociado a la dificultad para identificar los puntos característicos de los paneles para el caso de presentarse ángulos de enfoque elevados, debido a que la intensidad observada de los LEDs, depende de la posición de la cámara.





**Figura 2-3. Plataforma TRC Labmate.**

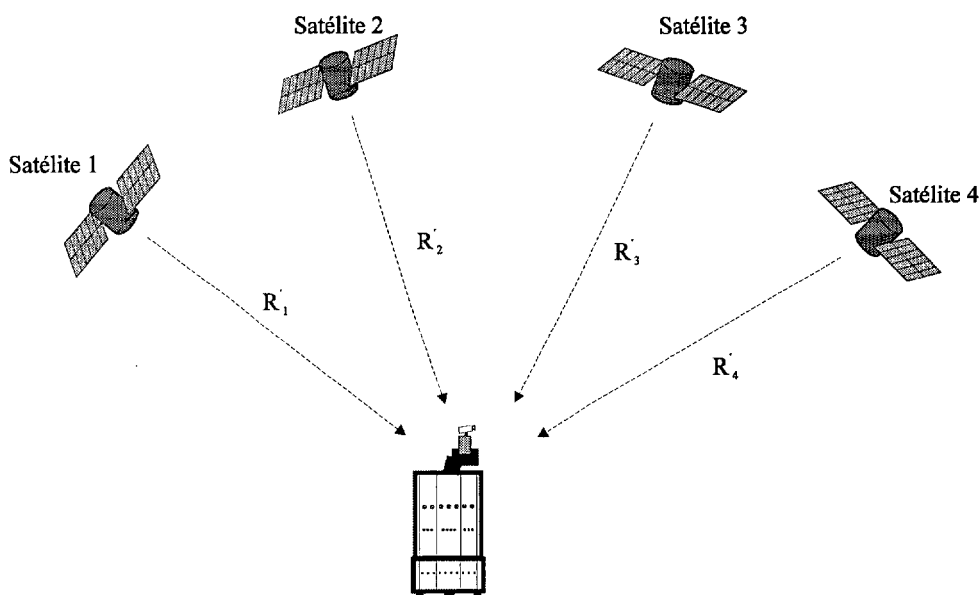
Le Corre y García [LecGar92a] proponen un sistema de localización para aplicaciones en la construcción de carreteras y otras obras de ingeniería civil. Introducen fuentes de luz en diversos puntos del entorno en posiciones conocidas, siendo la información recogida por una cámara rotatoria colocada sobre el techo del vehículo; la posición del robot se obtiene mediante triangulación. Los trabajos anteriores han dado lugar al desarrollo de un sistema sensorial llamado SIREM (Sistema Integrado para el Posicionamiento de Vehículos) [LecGar92b], que proporciona la posición, orientación y velocidad del robot móvil, con unos rangos de precisión de 10 cm en la posición (x,y), 1 cm en la altitud z, y  $0.1^{\circ}$  para la orientación.

#### **2.2.3.1 Sistemas de posicionamiento global.**

La existencia de los sistema de posicionamiento global (GPS) data del año 1978 cuando se puso en órbita el primer satélite de la serie Navstar. Su característica principal es situar un móvil en tiempo real en cualquier punto de la tierra con una precisión de pocos metros, en coordenadas y con control de la velocidad [Eng96].

El sistema de posicionamiento global está constituido por tres sectores: sector espacial, sector de control y sector de utilidades.

El sector espacial está constituido por los diferentes satélites empleados, situados a una determinada altitud sobre la Tierra, y con un cierto periodo y plano orbital. La precisión del



**Figura 2-4. Con un sistema de posicionamiento global podemos determinar la posición del vehículo con alta precisión mediante el uso de cuatro satélites.**

---

sistema está basada en la calidad de los relojes (osciladores) de muy alta estabilidad, colocados a bordo de los satélites GPS, lo que permite al sistema ser muy preciso en la escala de tiempos.

El sector de control está relacionado con el rastreo y seguimiento de los satélites a través de estaciones terrestres.

El sector de utilidades encuadra a los diferentes receptores existentes en el mercado, cuya función principal es recibir las señales emitidas por los satélites y emplearlas para el cálculo de la posición o para la determinación precisa del tiempo. Para realizar estas funciones todos los receptores GPS deben estar dotados de antenas integradas o externas para la captación de las señales emitidas por los satélites.

El GPS se basa en el cálculo de las distancias desde una estación receptora a varios satélites, actuando como puntos de referencia fijos en el espacio. La medición de las distancias se realiza a través de los retardos de las señales recibidas, y calculando después la distancia a partir de ese tiempo. Esto sería posible si tanto los satélites como los receptores usasen la misma base de tiempos (sincronismo emisor-receptor), lo que exigiría que los receptores poseyeran un

reloj muy estable. La solución es usar un nuevo satélite para conocer el retardo entre los relojes de los satélites y el receptor.

Como consecuencia de la necesidad de utilizar al menos cuatro satélites para determinar la posición del vehículo, se desarrollaron de forma paralela los sistemas DGPS, basados en el sistema diferencial, precisando únicamente de una estación en tierra que emita las correcciones proporcionadas por los satélites. Estos sistemas son capaces de ofrecer una exactitud con un margen de error de centímetros. El principio en el que se basan es simple. Partiendo de la hipótesis de que el error sobre una posición es el mismo para dos receptores situados en zonas no muy alejadas, es suficiente que uno de los dos esté ubicado en un punto perfectamente conocido para así determinar el error que conlleva el sistema GPS. Este error, entonces, permite corregir el punto calculado por el segundo receptor.

En Alemania se trabaja con un sistema diferencial denominado RASANT (Radio Aid Satellite Tecnic) que aprovecha las emisoras de radio difusión FM para transmitir, a través de una onda subportadora denominada RDT (Radio data System), las correcciones de las señales emitidas por los satélites GPS.

Schönberg *et al* [Schön96] han desarrollado un sistema de posicionamiento para el vehículo móvil ARSKA, basado en la fusión de la información proveniente del sistema odométrico y un sistema externo de medida constituido por un DGPS y un sistema de navegación inercial. La fusión de la información sensorial es realizada mediante un filtro de Kalman que se encarga de proporcionar una estimación correcta de la posición. El sistema ha sido probado en un vehículo de exteriores que se desplaza a una velocidad de 1m/s, consiguiéndose unos márgenes de precisión del orden de 2.5 m.

#### **2.2.4 Relocalización de robots móviles por medio de marcas pasivas.**

Las marcas están constituidas por diferentes características que un robot puede reconocer a través de su sistema sensorial. Pueden ser de distintas formas (rectángulos, círculos,

etc.) y estar acompañadas de información adicional (códigos de barras, colores, etc.). En general, las marcas presentan una posición fija y conocida respecto del sistema de referencia, que permite al vehículo localizarse. La selección de las mismas vendrá dada en atención a las siguientes propiedades:

- que permitan extraer información a pesar de presentar oclusiones parciales.
- que sea posible identificarlas ante la presencia de varias marcas del mismo tipo.
- que la información que proporcionen, permita posicionar con exactitud el vehículo.

De cara a simplificar el problema de adquisición de las marcas, a menudo se asume que la posición y orientación del robot son conocidas de forma aproximada, siendo preciso realizar así la búsqueda de la marca en una zona limitada. Por esta razón la precisión de la odometría es un requisito primordial para la detección de las marcas. Otro aspecto a tener en cuenta es la clasificación de las marcas en dos tipos: naturales y artificiales. Las marcas naturales están asociadas a entornos altamente estructurados, tales como entornos industriales, urbanos, etc., siendo elementos no asociados a la navegación del robot (puertas, ventanas, armarios, etc.), mientras que las marcas artificiales están diseñadas, y se disponen en el entorno específicamente para facilitar el proceso de localización del vehículo.

#### **2.2.4.1 Marcas naturales.**

El principal problema del uso de las marcas naturales o del entorno, es poderlas detectar y extraer información de ellas a través del sistema sensorial del vehículo; por ello en la mayoría de los casos se emplean sistemas de visión artificial, que permiten por ejemplo la detección de los bordes verticales del entorno, asociados a puertas, ventanas, esquinas, así como las luces del techo, etc. Presentan la ventaja de no tener que introducir modificaciones en el entorno de trabajo.

Lee *et al* [LeeSheWa94] seleccionan varias marcas naturales pertenecientes al entorno de trabajo tales como cuadros, cajas, etc., en función de lo que el robot móvil ve en determinadas posiciones dentro de la fase de entrenamiento, siendo almacenadas dichas

imágenes en una base de datos con sus correspondientes puntos de relocalización. El siguiente paso consiste en la determinación de puntos representativos sobre las proyecciones bidimensionales de cada marca seleccionada. El resultado del contraste de los distintos patrones con la imágenes reales tomadas en el proceso de navegación del robot se utiliza para localizar el vehículo sobre la trayectoria marcada.

Gilg y Schmidt [GilSchmi94] han desarrollado un método de navegación aplicado a movimientos en pasillos y entornos interiores similares, asociado a los bordes entre la pared y suelo. Además introducen el uso de marcas como elementos de orientación visual. El sistema precisa tener un conocimiento inicial del entorno por el que posteriormente se moverá el robot.

Weckesser *et al* [WecWalDil95] proponen un sistema de localización utilizando marcas naturales del entorno. El modelado de las marcas del entorno se realiza según sus bordes. Utilizan un sistema estéreo que les permite mediante la localización y contraste de la marca en ambas imágenes obtener la posición y orientación del robot. El sistema ha sido desarrollado principalmente para solucionar el problema de paso de puertas y funcionamiento en entornos estrechos.

Schuster *et al* [SchuAnHa93] presentan un sistema para el guiado de robots móviles utilizando el concepto de puntos de fuga aplicados a líneas paralelas extraídas de objetos del entorno (paneles que cubren el techo y que proporcionan grupos de líneas paralelas horizontales y verticales, cada grupo con un punto de fuga común). El sistema proporciona con exactitud la orientación del robot pero es completamente insensible a las traslaciones. La principal restricción está asociada a que el movimiento del robot se realiza según una de las direcciones de las líneas paralelas de los paneles usados.

Zheng *et al* [ZheBarTsu91] utilizan marcas del entorno para localizar un vehículo en entornos exteriores. Realizan una ruta de reconocimiento en un proceso de guiado manual por el posterior entorno de funcionamiento, con el fin de generar una vista panorámica mediante distintas escenas representativas del entorno, donde poder seleccionar diferentes marcas,

asociadas a propiedades estadísticas intrínsecas de la escena (brillo, textura, tinte), cálculos de áreas, perímetros, momentos, descriptores de formas, así como propiedades estructurales que posteriormente serán utilizadas durante el proceso de navegación.

#### **2.2.4.2 Marcas artificiales.**

La detección de las marcas artificiales es mucho más sencilla, al ser conocido su tamaño y forma, permitiendo poder determinar la posición del robot a través de la relación posicional existente entre la cámara y la marca, por la proyección bidimensional de ésta última sobre el plano de imagen.

Kabuk y Arenas [KabAre87] proponen el uso de una circunferencia acompañada de un código de barras. El análisis del tamaño y la deformación del círculo en una elipse les permite determinar la posición y orientación del robot respecto a la marca, mientras que el código de barras es usado para identificar la marca detectada y poder proceder a la actualización de la posición del robot. El código de barras puede a su vez ser una fuente de información para el robot, al indicarle la necesidad de realizar una operación en ese lugar. El principal inconveniente que se presenta es la necesidad de que el eje óptico pase por el centro del patrón (el patrón deberá encontrarse a la misma altura que la cámara y además no es admisible error en el enfoque). Debido a la simplificación introducida al considerar que el círculo se deforma en una elipse, el método anterior solo será aplicable para pequeños ángulos entre el eje óptico y la perpendicular a la marca. Partiendo del trabajo anterior Han y Rhee [HanRhee94], utilizan una circunferencia de color negro con dos círculos interiores blancos, que les permite obtener la posición y orientación del robot con el análisis de una sola imagen. A diferencia del sistema anterior, éste algoritmo si está implementado en un sistema real tardando 0,3 s en un IBM PC, permitiendo al robot desplazarse a una velocidad de 0.8 m/s.

Un patrón constituido por dos círculos concéntricos es el elegido por Garibotto y Masciangelo [GarMas92]. Dependiendo de la relación de radios y de la deformación del círculo en una elipse en la imagen proyectada, calculan la distancia y el ángulo de orientación del robot

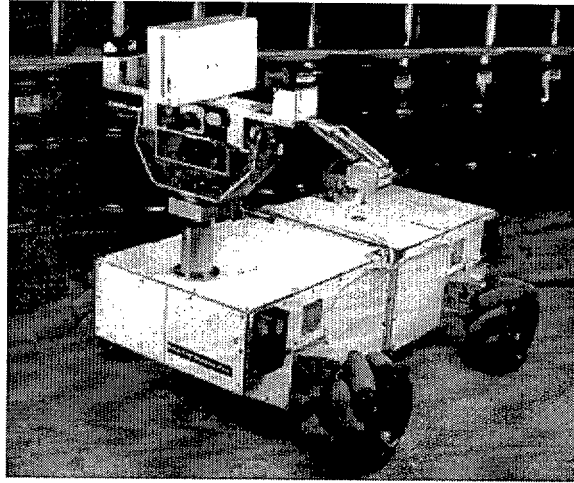
respecto al patrón. En este caso el algoritmo ha sido implementado en un robot real, presentando como inconveniente principal, la necesidad de enfocar al patrón de manera perpendicular y a distancias muy próximas a él.

Por contrario, Ricotti y Liotta [RicLio95] utilizan para localizar su robot móvil PARIDE, una marca formada por dos círculos separados por una distancia proporcional al radio, acompañados de un código de barras que guarda información adicional sobre la marca. El sensor empleado está constituido por una cámara CCD montada sobre una plataforma móvil (pan, tilt). La principal limitación está asociada a que el movimiento de la cámara se realiza sobre el eje vertical, pues el eje óptico deberá encontrarse paralelo al suelo. La integración de las medidas y la determinación de la estimación óptima de la posición del robot se realiza a través de un filtro de Kalman Extendido.

Sato y Aggarwal [SatAgga97] presentan un método para estimar la posición y orientación relativa de una cámara de vídeo respecto a un círculo de radio desconocido. El sistema se pretende emplear en el aterrizaje de helicópteros. La estimación de la posición se realiza a través de un filtro de Kalman Extendido.

Byler *et al* [Byler95] han desarrollado un sistema de inspección automática llamado IMSS (Intelligent Mobile Sensing System) (figura 2-5) para detección de radiactividad en desechos almacenados en barriles. El vehículo presenta un sistema de localización mediante marcas, que permite estimar la posición y orientación en intervalos regulares de desplazamiento (del orden de 5 m), reduciendo los errores cometidos por la odometría. La marca utilizada está constituida por varios círculos concéntricos acompañados de un código de barras. El sensor empleado está formado por una cámara CCD sobre una plataforma giratoria. Los promedios de error cometidos tras la localización oscilan entre los 2 cm para la posición y  $0.24^\circ$  para la orientación.

Fukui [Fu81] utiliza un marca con forma de diamante de dimensiones conocidas. La cámara y la marca se encuentran a la misma altura y el eje óptico pasa por el centro del



**Figura 2-5. Plataforma de inspección IMSS.**

---

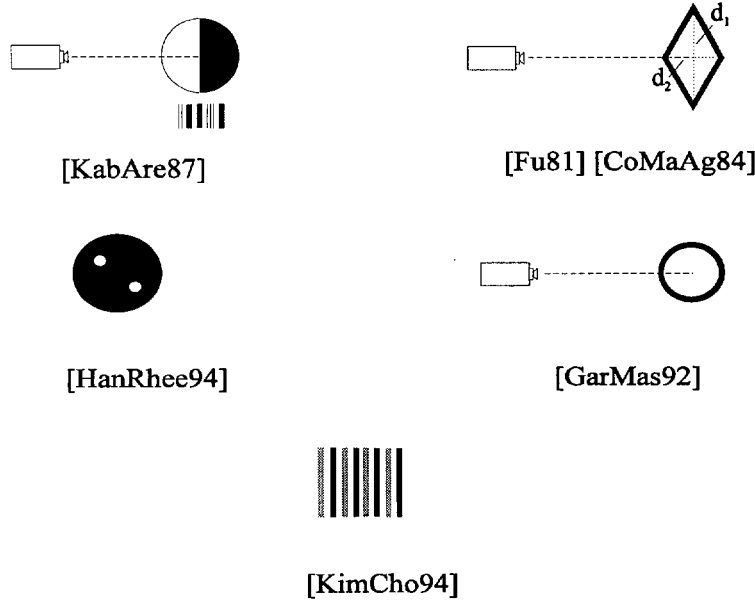
diamante. Midiendo las dos diagonales de la imagen se obtiene la distancia y, comparando los ángulos, la orientación del robot. Una pequeña variación de esta marca puede verse en [CoMaAg84].

Chang *et al* [ChaPoKi92] presentan el uso de una marca rectangular, utilizando los cuatro vértices como puntos de guía para determinar la posición y orientación de la cámara respecto a coordenadas absolutas y, en definitiva, la localización del robot móvil.

Kim y Cho [KimCho94] utilizan una marca artificial formada por franjas verticales de igual grosor y de dos niveles de gris distintos alternados. El algoritmo precisa como entrada una única imagen que comprenda en su totalidad la marca, determinando la posición del robot previo análisis de las proyecciones oblicuas sobre el plano de imagen de las líneas verticales que la conforman. Éste algoritmo se encuentra implementado en un sistema real y se ha probado realizando desplazamientos rectilíneos del robot hacia la marca. Se ha apreciado que el error cometido en la localización del robot crece con la distancia al patrón y con el ángulo de enfoque respecto a la marca. El proceso de relocalización se realiza cada 100 ms, permitiendo al robot desplazarse a una velocidad de 10 cm/s.

El sistema ARNEX de Navigation Systems AB consiste en una plataforma giratoria con un emisor láser y un receptor óptico, colocándose en el entorno de trabajo reflectores pasivos o





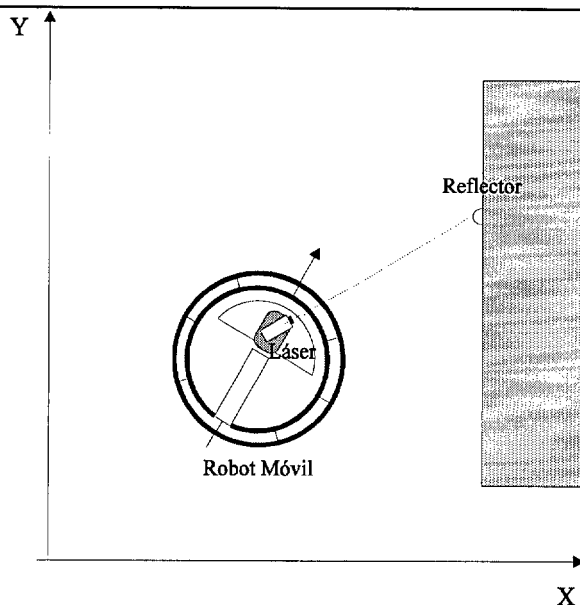
**Figura 2-6. Diferentes marcas artificiales empleadas en la localización de robots móviles.**

el propuesto por Skewise y Lumelsky [SkeLum94], formado por un sensor de infrarrojos, que obtiene la posición del robot a través de triangulación de tres espejos reflectores. Otro sistema basado en el concepto anterior está constituido por un diodo láser giratorio y un conjunto de detectores reflectantes colocados de forma estratégica en el entorno de trabajo, cuya misión es devolver la energía que incide sobre ellos (figura 2-7). La longitud del arco de rotación durante la cual el detector refleja la energía está directamente relacionada con la distancia a él, a través de la expresión:

$$d = \frac{W}{2 \operatorname{tg}\left(\frac{vT_a}{2}\right)} \quad (2.7)$$

siendo  $W$  el ancho del detector,  $v$  la velocidad de barrido (grados/s) y  $T_a$  el tiempo de duración del pulso de retorno. Nishizawa *et al* [NiOhYu95] emplean el sistema anterior para la localización en entornos interiores, con una distancia a los detectores no superior a tres metros, con una precisión del orden de 5 cm.

En el proyecto PANORAMA (Perception and Navigation System for Autonomous Mobile Applications) se han utilizado como marcas una serie de conos de tráfico para indicar al vehículo



**Figura 2-7. Sistema de localización basado en un láser giratorio y marcas reflectantes.**

---

(una excavadora) puntos del camino a recorrer, junto con una serie de banderas del mismo color indicando zonas prohibidas de paso debido a su peligrosidad. La filosofía de funcionamiento es la misma, elegir una marca que por su color y o por su forma destaquen del entorno, en este caso concreto un bosque.

### **2.2.5 Relocalización mediante mapas a priori.**

La localización de robots móviles mediante la técnica de *mapas a priori* se basa en la generación de un mapa parcial del entorno a través del sistema sensorial del robot, para posteriormente compararlo con un mapa global del entorno previamente almacenado en memoria. A través de las coincidencias existentes, el robot puede evaluar su actual posición y orientación. El mapa almacenado puede ser generado por un sistema CAD, o bien construido por la información sensorial en una etapa inicial de aprendizaje, permitiendo posteriormente la identificación de nuevos objetos en el entorno y su incorporación al mapa ya existente.

Cox [Cox91] utiliza un telémetro óptico giratorio con el que obtiene una medida de 180 distancias de los objetos que rodean al robot, minimizando el error entre los datos proporcionados por el sensor y la información del mapa existente.

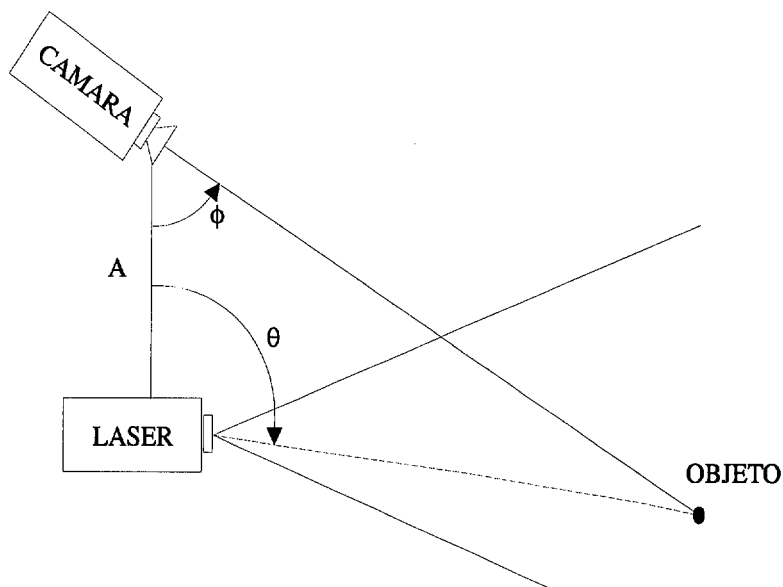
Leonard y Durrant-White [LeoDur91a][LeoDur91b] utilizan un filtro de Kalman Extendido para resolver el problema de la localización. El robot dispone de un mapa del entorno de trabajo (una oficina), siendo el sensor utilizado un anillo de ultrasonidos. Del mapa se extraen los objetos que deberá percibir el robot (objetos planos, cilíndricos, esquinas), que, junto con la información sensorial y las órdenes de control aplicadas al robot en cada ciclo, se usan como entradas del filtro de Kalman para estimar la posición. El método desarrollado presenta la ventaja de actualizar continuamente la posición del vehículo, por lo que el crecimiento del error se mantiene acotado.

Kosaka y Kak [KosKak92] usan un mapa del entorno, junto con un sistema de visión. Con el conocimiento a priori de la posición, determinan las líneas verticales (paredes, puertas, ventanas) que deberían verse, y las comparan con aquellas que realmente se observan. Usan un filtro de Kalman para disminuir la incertidumbre de la posición y orientación del robot, así como para delimitar las zonas de búsqueda de las rectas en imagen.

Watanabe y Yuta [WatYut90] utilizan un proyector láser junto con un sensor óptico, colocándose espejos reflectantes a intervalos regulares en el camino del robot. A partir de la información del ángulo con que el rayo láser ha sido disparado y con el que se ha recogido se actualiza la posición del robot.

Christensen *et al* [Christen94] presentan un sistema de localización para funcionamiento en interiores, siendo dicho entorno parcialmente conocido. Añaden un reconocimiento de objetos así como su modelado geométrico, sirviéndose para ello de un sistema de visión acompañado de un anillo de ultrasonidos, y partiendo de un modelado CAD de los objetos estáticos presentes en el entorno a priori, tales como paredes, puertas, etc. El sistema es capaz de efectuar el posicionamiento con una exactitud de  $\pm 5$  cm y  $\pm 2^\circ$ .

Escalera *et al* [Escal96] utilizan la información proveniente de un sensor CCD-láser para corregir los errores de posición y orientación del sistema odométrico de un robot móvil, a partir de la información de un mapa a priori del entorno y de las rectas extraídas asociadas a los



---

**Figura 2-8. Sistema de triangulación CCD-láser.**

---

diferentes objetos. La correspondencia entre las observaciones y las estimaciones se realiza a través de un filtro de Kalman Extendido. El sistema ha sido probado sobre una plataforma móvil, con una precisión que oscila entre 1 y 5 cm, dependiendo de la distancia a las paredes que conforman el entorno.

Bauer [Bau95a] presenta un método que considera la utilización de sensores de ultrasonidos y la extracción de marcas naturales del entorno para el proceso de localización. Para poder corregir continuamente su posición, el robot necesita un adecuado mapa de marcas, pero a su vez, será preciso que el proceso de relocalización proporcione unos resultados lo suficientemente ajustados como para poder incorporar nuevas marcas al mapa de forma dinámica. El método consiste en analizar el coste estimado de los posibles elementos de camino, para construir así la trayectoria, tratando de mantener un equilibrio entre el requerimiento de una incertidumbre pequeña en la posición y la consecución de la misión en el menor tiempo posible.

Larson, Forsberg y Wernersson [LaFoWe96] han desarrollado un sistema que integra la información procedente de un sensor láser y la odometría para establecer la posición de un robot móvil. La transformada de Hough es utilizada para la extracción de líneas asociadas a las

marcas del entorno (básicamente paredes). El algoritmo presenta la posibilidad de utilizar un mapa a priori del entorno, o bien de generar el mapa durante el movimiento del vehículo. El sistema ha sido implementado en una plataforma móvil obteniendo resoluciones del orden de los 2 cm.

La localización de robots móviles para exteriores presenta también alternativas asociadas al uso de mapas del entorno a priori. Talluri y Aggarwal [TalAgg90][TalAgg92] presentan una solución para el caso de entornos no estructurados en terrenos montañosos. El robot tiene un mapa digital como referencia. Como sensores presentan una cámara con movimientos pan y tilt, una brújula y un altímetro. Sus inconvenientes estriban en la ausencia de marcas reconocibles por el robot y la falta de una estimación a priori de su posición. Para establecer la posición del robot se determina la línea de horizonte del entorno y se hace una búsqueda en el mapa de referencia de las posibles localizaciones. El sistema ha sido probado en entornos reales en Texas y Colorado.

Un enfoque similar es el propuesto por Stein y Medioni [SteMed92]. Se tiene un mapa topográfico del área de trabajo del que se extrae la línea de horizonte en varias localizaciones, durante el transcurso de la ejecución de la tarea, el sistema de visión obtiene la línea de horizonte y la compara con las precalculadas, actualizándose la posición con aquella que mejor se ajuste.

La localización de robots móviles en zonas urbanas, presenta algunas soluciones basadas en mapas a priori del entorno [TalAgg96]. La estimación de la posición se realiza a través del contraste entre las líneas obtenidas por el análisis de las imágenes adquiridas, y un mapa del entorno almacenado en memoria (modelado de edificios). El sistema desarrollado se caracteriza por la robustez que presenta frente a oclusiones parciales de los objetos en la escena, descripciones incompletas de los modelos, y errores en la detección de las líneas.



## **Sistema de percepción.**

---

### **3.1 Introducción.**

Con el fin de poder desarrollar los diferentes algoritmos para la localización de robots móviles y de utilizarlos en aplicaciones reales, ha surgido la necesidad de desarrollar un sistema de percepción, que ha permitido experimentar y obtener conclusiones sobre el enfoque adoptado en el presente trabajo para la localización de robots móviles.

A continuación se analizan los distintos elementos hardware y software que conforman el sistema de percepción empleado.

### 3.2 Estructura general del sistema.

El operador humano se comunica con el robot a través de la *Interfase Hombre-Máquina* transmitiendo los objetivos a cumplir (misión) y un posible conocimiento inicial del entorno (mapa geométrico), constituido básicamente por información estructural asociada al entorno de trabajo, tal como disposición de paredes, puertas, marcas, etc. Dicha interfase se relaciona con un módulo *Supervisor* a través de una base de datos, que incluye la información del entorno, y de las misiones que el robot debe llevar a cabo. El supervisor recibe a su vez información de los módulos inferiores acerca de cómo se está ejecutando la tarea para poder transmitirla al operador que supervisa el desarrollo de la operación.

El supervisor actúa sobre cuatro módulos:

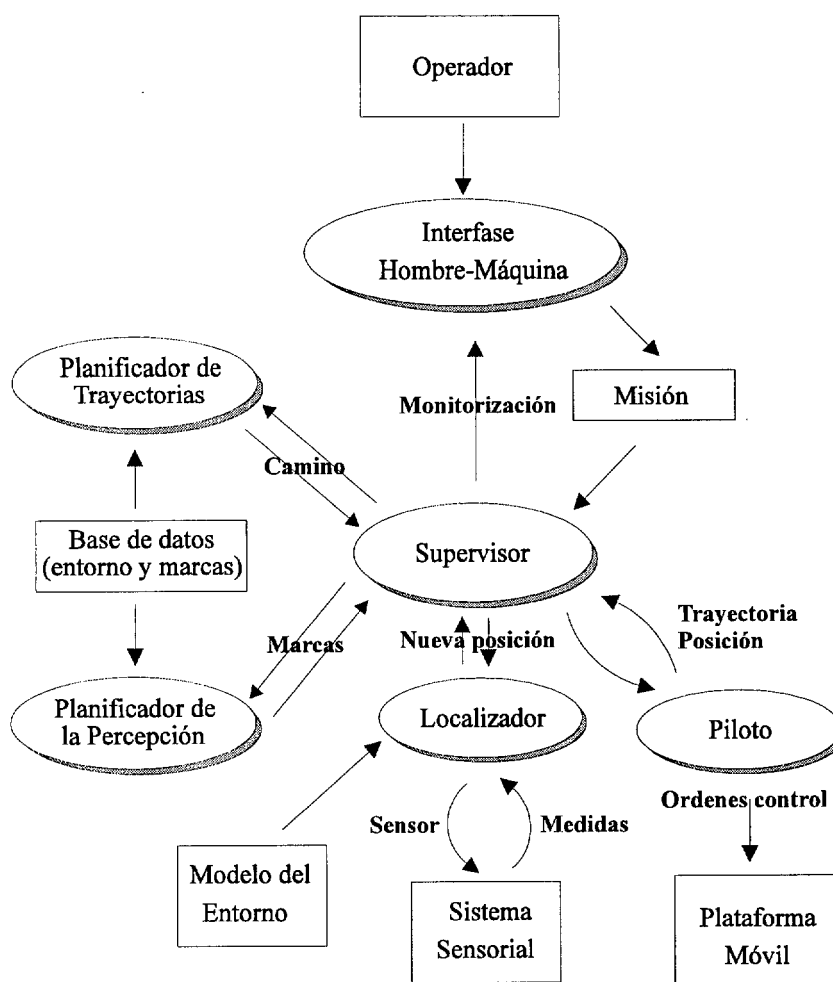
- el planificador de trayectorias,
- el planificador de la percepción,
- el piloto, y
- el localizador.

El planificador de trayectorias se encarga de proporcionar el camino que va a recorrer el vehículo, con la finalidad de que sea capaz de dirigirse a una localización determinada. Dicho camino está constituido por distintas posiciones de control, cuya cálculo está asociado a la misión introducida por el usuario, y al conocimiento previo del entorno de trabajo.

El planificador de la percepción es un módulo selector de las distintas marcas asociadas al proceso de relocalización (marcas artificiales y pertenecientes al entorno) para la trayectoria definida con anterioridad por el planificador de trayectorias. Ambos módulos generan sus respectivos planes antes de que el robot comience a moverse.

El localizador está ligado al módulo de supervisión general. Su misión será gestionar el uso de los distintos sensores de la plataforma móvil (ultrasonidos, visión artificial, infrarrojos, etc.) en función de la zona del entorno en la que se encuentre el vehículo (salas, corredores, paso

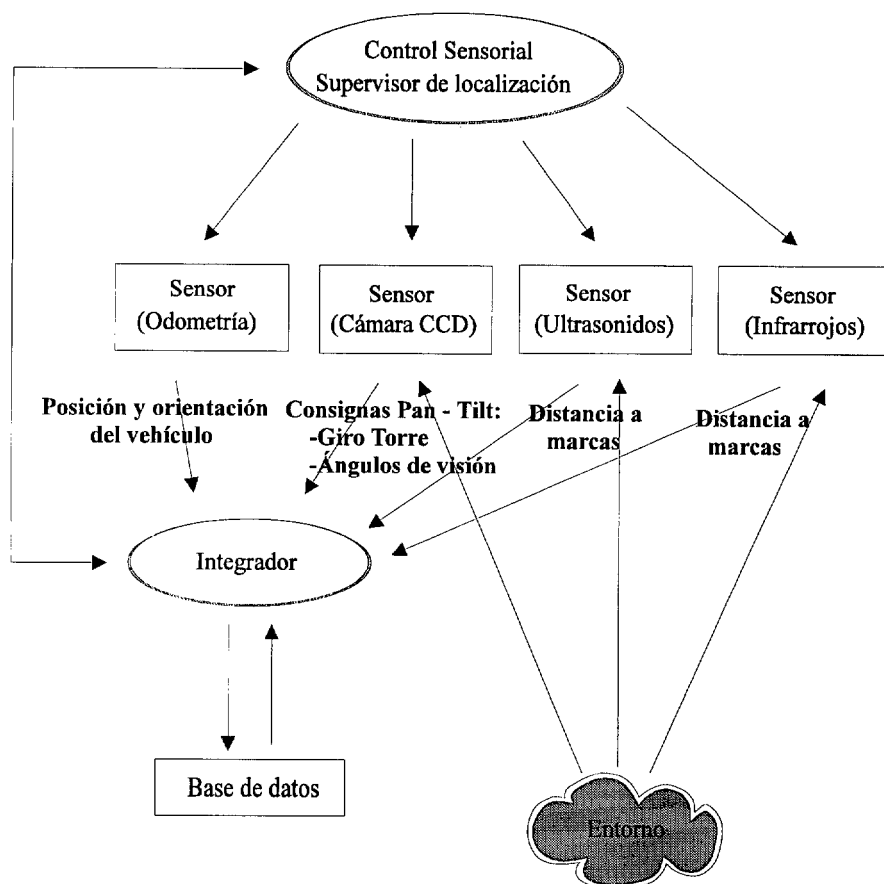




**Figura 3-1. Estructura general del sistema.**

de puertas, etc.). Durante el proceso de localización, este módulo realiza la selección final de las marcas necesarias para el proceso de localización, teniendo en cuenta tanto el plan generado por el planificador de la percepción, como el conjunto de restricciones impuestas al proceso que posteriormente se analizarán.

El piloto es el encargado en última instancia de mover el robot. Para poder cumplir dicha función, el piloto recibe información del entorno percibido por los sensores de ultrasonidos e infrarrojos, que junto con la información relacionada a los objetivos fijados por el operador, provocan su actuación sobre los motores del robot. El piloto se comunica con el supervisor de localización a través del supervisor, siendo éste último quien indica cuándo leer la nueva posición y orientación del robot tras cada ciclo de localización.



**Figura 3-2. Estructura del módulo de localización.**

La estructura del módulo de localización puede observarse en la figura 3-2. En el primer nivel se encuentra el módulo denominado supervisor de la localización, cuya misión es la *gestión sensorial* y la *selección de marcas idóneas* para el proceso de localización.

Dicho módulo se encarga del control y administración de los diversos sensores que porta el robot: ultrasonidos, infrarrojos, y sistema de visión artificial. Su tarea consiste en seleccionar el sensor a emplear según la posición que ocupe el vehículo en el entorno, y el módulo localizador que habrá de utilizar dicha medida en el proceso de relocalización. Deberá leer la odometría del vehículo (posición y orientación), dar la orden de disparo a los sensores de ultrasonidos e infrarrojos, y determinar cuándo es preciso utilizar el sistema de visión en el proceso de localización, estableciendo las consignas para el ajuste de la óptica motorizada (posicionamiento de la distancia focal y enfoque), así como los ángulos de giro de la plataforma orientable (ángulos pan y tilt).

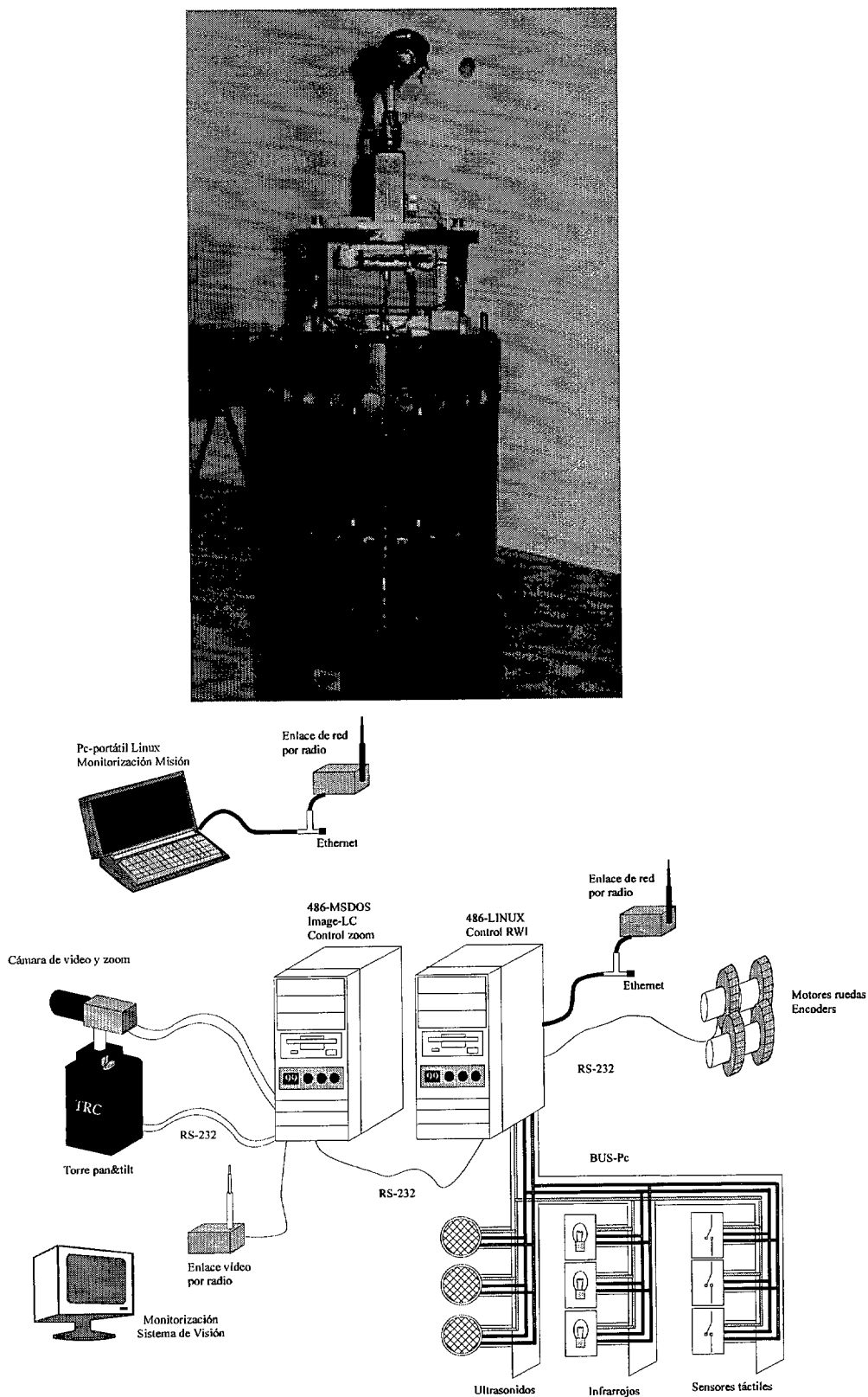


Figura 3-3. Estructura hardware de la plataforma.

Una vez seleccionado el sensor, se utilizará la información proporcionada por el supervisor de incertidumbre, asociada al modelado de los errores cometidos durante el proceso de navegación del robot. Junto con la existente en el mapa geométrico del entorno de trabajo, permite establecer cuál o cuáles son las marcas artificiales o pertenecientes al entorno más adecuadas para ser empleadas en el proceso de localización.

La localización se lleva a cabo empleando la información proveniente de los encoders (posición y orientación del vehículo), que asociada a la del mapa a priori del entorno que contiene las posiciones en el mundo real de las marcas, permitirá realizar una estimación de la medida respecto a las marcas seleccionadas, para posteriormente poder contrastarlas con las lecturas suministradas por los sensores elegidos. Como resultado de ello los valores odométricos son corregidos, disminuyendo la incertidumbre en la posición del robot.

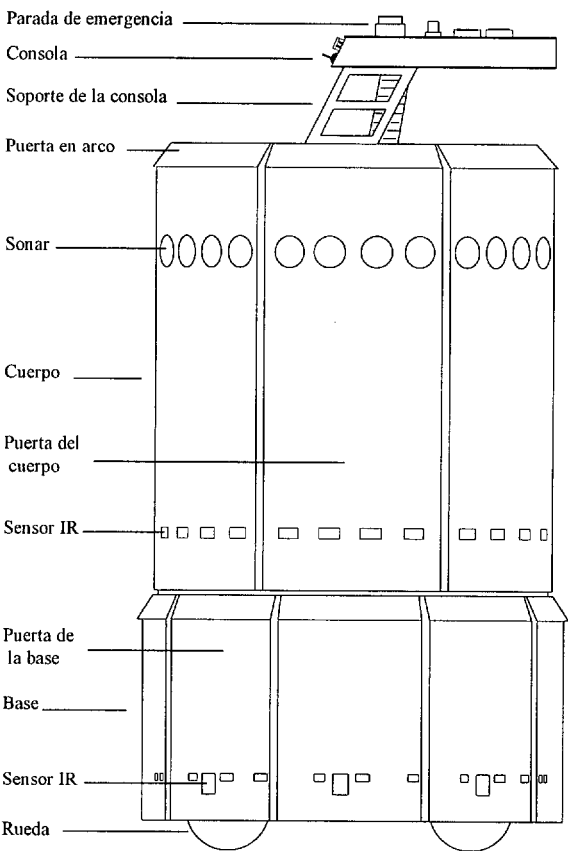
La estructura hardware del sistema empleado en la tesis (figura 3-3), está constituida por una plataforma móvil RWI, sobre la que van dispuestos dos computadores, que permiten realizar los procesos de pilotaje, navegación, localización, administración sensorial (sistema operativo Linux), así como el posicionamiento de la óptica, plataforma orientable y tratamiento de imágenes digitales (sistema operativo DOS). Ambos computadores se encuentran conectados a través de un canal serie RS-232, permitiendo una comunicación bidireccional entre ellos, y mediante una red Ethernet radio con un computador portátil, cuya misión es la de monitorizar el proceso al operador. Por último, se debe mencionar que la presente tesis se ha desarrollado en el marco del proyecto CICYT *Sistema industrial de transporte basado en múltiples robots móviles* (TAP94-0711-c03-02).

### **3.3 Plataforma móvil.**

La plataforma empleada es el modelo B21 (figura 3-4) de la marca RWI (Real World Interface). Se trata de un robot móvil diseñado para funcionamiento en entornos interiores. El B21 tiene un sistema motriz del tipo synchro-drive, que permite que las cuatro ruedas motrices se encuentren mecánicamente acopladas, de tal forma que todas giren en la misma dirección y a

la misma velocidad. La resolución determinada por los encoders del sistema es de 10 mm en posición y 0.35 grados la orientación.

El robot está constituido por tres secciones principales: la base, el cuerpo y la consola. La base se encuentra en contacto con el suelo, se caracteriza por no girar con el movimiento de las ruedas, y tiene un diámetro de 60 cm y una altura de 30 cm. Contiene las ruedas, los accionamientos mecánicos, los motores, las baterías, los sensores táctiles de seguridad y un anillo formado por 32 sensores de infrarrojos. Sobre ella va dispuesto el cuerpo, cuya forma también cilíndrica tiene un diámetro de 53 cm y una altura de 90 cm. Se encarga de establecer la dirección de avance del vehículo, contando en su interior con dos computadores, la red de comunicaciones, los sensores de ultrasonidos e infrarrojos, además del sistema de visión artificial.



**Figura 3-4. Plataforma móvil B21 de Real World Interface.**

La consola se encuentra dispuesta en la parte superior del cuerpo del robot. En ella se sitúan la mayoría de los indicadores y controles útiles: el botón de encendido, indicadores de energía, conexiones Ethernet, etc. El peso aproximado de la plataforma en su conjunto es de 108 kg, siendo su velocidad máxima de 0.80 m/s, presentando una capacidad de carga de 45 kg.

### 3.4 Sistema locomotor.

La selección del tipo de configuración de la planta motriz (tracción y dirección) en un robot móvil está asociada a las siguientes consideraciones:

- Maniobrabilidad. Habilidad para trasladarse y/o cambiar de dirección.
- Controlabilidad. El hardware y software específico para su control deberá ser práctico y sencillo.
- Tracción. Deberá caracterizarse por proporcionar los mínimos deslizamientos posibles.
- Estabilidad. La base deberá ser lo suficientemente estable para poder sustentar la carga útil del vehículo con la adecuada seguridad, en atención a las condiciones de aceleración y giro.
- Mantenimiento. El sistema deberá ser fácil de mantener.
- Impacto ambiental. El sistema no deberá dañar el suelo o la superficie de contacto.

La configuración motriz seleccionada en la plataforma de desarrollo empleada en la presente tesis es del tipo synchro-drive. Este tipo de configuración normalmente consta de tres o más ruedas que se encuentran mecánicamente acopladas, de tal forma que todas ellas rotan en la misma dirección y a la misma velocidad, e igualmente pivotan a la vez sobre sus respectivos ejes cuando se efectúa un giro (figura 3-5). El sistema de sincronización mecánico está asociado al uso de una cadena de dirección y otra de tracción que actúa sobre las ruedas, siendo preciso realizar un alineamiento inicial de forma individual para cada una de las ruedas respecto a la dirección de avance que presenta la base.

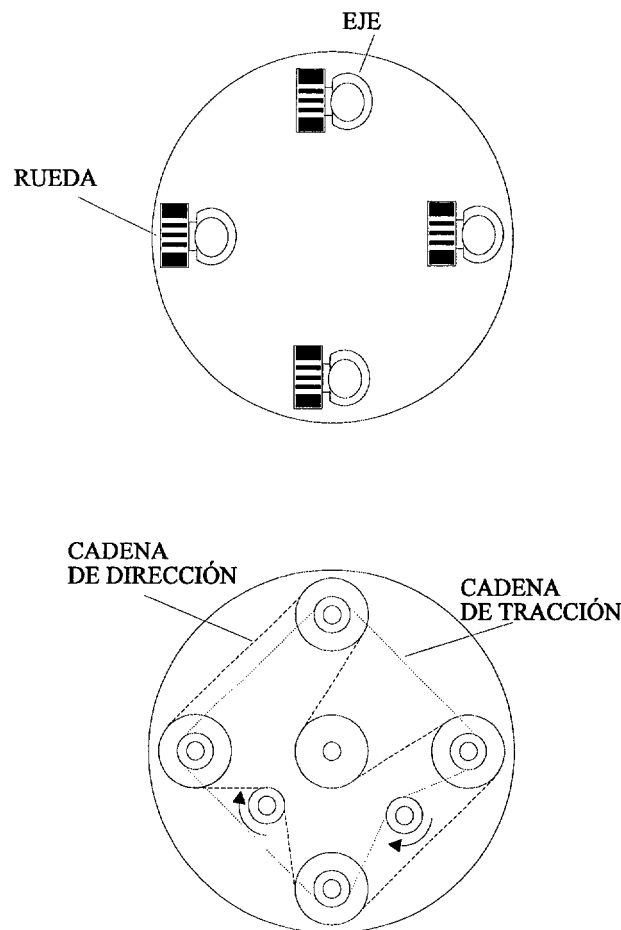
Esta configuración se caracteriza por tener una mayor exactitud al reducirse los deslizamientos, ya que todas las ruedas generan simultáneamente fuerzas paralelas e iguales. La información asociada a la configuración synchro-drive está basada en que:

- la orientación del vehículo se obtiene de forma directa por la lectura del encoder asociado al eje de giro.
- el desplazamiento en la dirección de movimiento viene dado por la expresión:

$$T = \frac{2\pi N}{C_e} R_e \quad (3.1)$$

siendo N el número de cuentas del encoder,  $C_e$  el número de cuentas del encoder por vuelta de la rueda y  $R_e$  el radio efectivo de la rueda.

La exactitud de las medidas proporcionadas por la odometría depende en gran medida



**Figura 3-5. Configuración synchro-drive.**

del modelo cinemático empleado en el vehículo. Las ecuaciones cinemáticas del movimiento del centro de masas del vehículo se han tomado en términos de la velocidad lineal  $v$  y de la velocidad angular  $\omega$  [ZhaBe92]:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= J(p) \dot{q} \\ \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\Theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 \\ \sin \Theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde  $0 \leq v \leq V_{\max}$  y  $|\omega| \leq \Omega_{\max}$ , siendo  $V_{\max}$  y  $\Omega_{\max}$  la máxima velocidad lineal y angular del robot móvil.

Integrando la ecuación anterior obtenemos la posición del vehículo:

$$p = \int_0^t \dot{p} d\tau = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ \Theta_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \int_0^t v \cos \Theta d\tau \\ \int_0^t v \sin \Theta d\tau \\ \int_0^t \omega d\tau \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

siendo  $x_0, y_0, \Theta_0$  la posición inicial del vehículo.

### 3.5 Sensores de ultrasonidos.

Los sensores de ultrasonidos han sido utilizados para la percepción en robots móviles, con la misión de obtener las distancias a los objetos presentes en el entorno. El funcionamiento consiste en la emisión de un pulso (cuyo lóbulo o campo de acción es de forma cónica) a una frecuencia concreta que se transmite a la velocidad del sonido, y la medición del tiempo transcurrido hasta que se capta la señal reflejada (denominado tiempo de vuelo). A efectos prácticos se considera que dicho eco se ha producido cuando se recoge un tanto por ciento determinado de la energía emitida. La distancia al obstáculo ( $r$ ) se obtiene según la expresión:

$$vt = 2r \quad (3.4)$$

siendo  $v$  la velocidad del sonido en el aire (velocidad de propagación) y  $t$  el tiempo transcurrido entre la emisión y recepción del pulso.

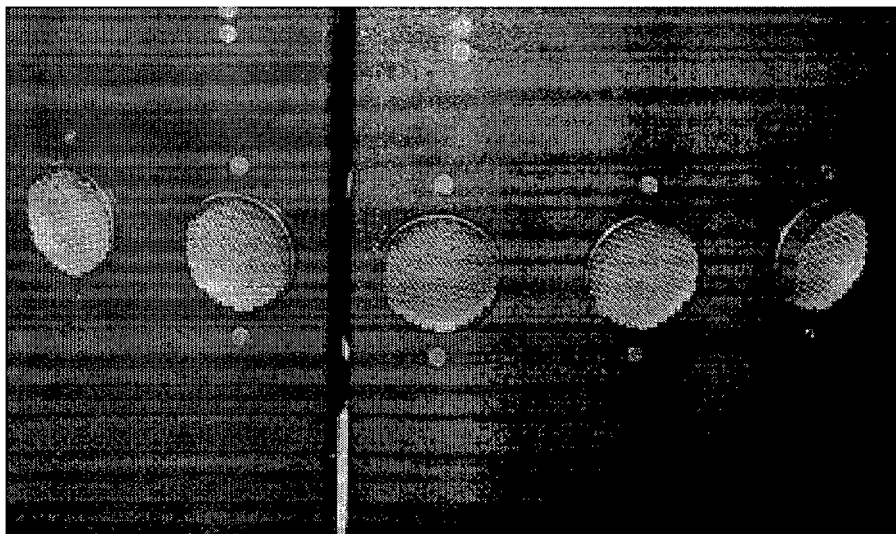


La principal ventaja de los ultrasonidos está en su fácil uso, bajo coste y alta velocidad de procesamiento. Por contra, presentan una baja fiabilidad y pobre resolución.

En función de estas características los sensores de ultrasonidos han sido elegidos para la localización del robot móvil en entornos altamente estructurados. Así se tienen 24 sensores distribuidos a lo largo de un anillo que rodea a todo el robot (figura 3-6).

El modelo empleado es el sensor Polaroid, inicialmente desarrollado para el ajuste del enfoque en cámaras fotográficas. Su rango de aplicación es entre 0.26 m y 10.7 m. Para minimizar la cancelación del pulso sonoro producida por algunos elementos se emplean cuatro frecuencias: 50, 53, 57 y 60 KHz. Debido al amortiguamiento de la señal con la distancia el sensor va aumentando la ganancia y el ancho del filtro pasa banda para lograr una sensibilidad constante con la distancia. La señal de salida es un tren de 56 pulsos emitidos en 1 ms esperando un eco durante los siguientes 62 ms.

Para evitar interferencias entre sensores adyacentes el sistema dispara los sensores que se encuentran en posiciones opuestas realizándose 4 barridos por segundo.



**Figura 3-6. Distribución de los sensores de ultrasonidos.**

**La plataforma B21 presenta 24 sensores de ultrasonidos distribuidos a lo largo de un anillo que rodea todo el robot.**

---

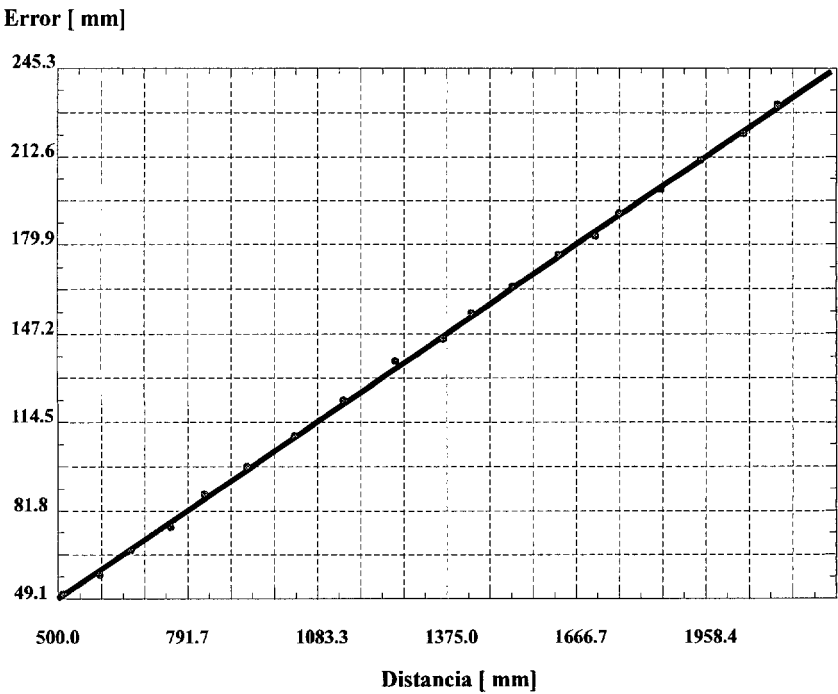


Figura 3-7. Modelado del error cometido por los sensores de ultrasonidos.

3.5.1 Calibración de los sensores.

Con el fin de dotar al sistema de la precisión adecuada ha sido necesario realizar un proceso de calibración de los sensores de ultrasonidos, para poder evaluar los errores cometidos en las distancias a los objetos detectados dentro del margen de operación. En la figura 3-7 se muestran los errores cometidos por uno de los sensores en el intervalo comprendido entre 0.5 m y 2.0 m. Para cada distancia dentro del intervalo considerado se han tomado cien medidas del sensor, tomando el valor medio en cada punto.

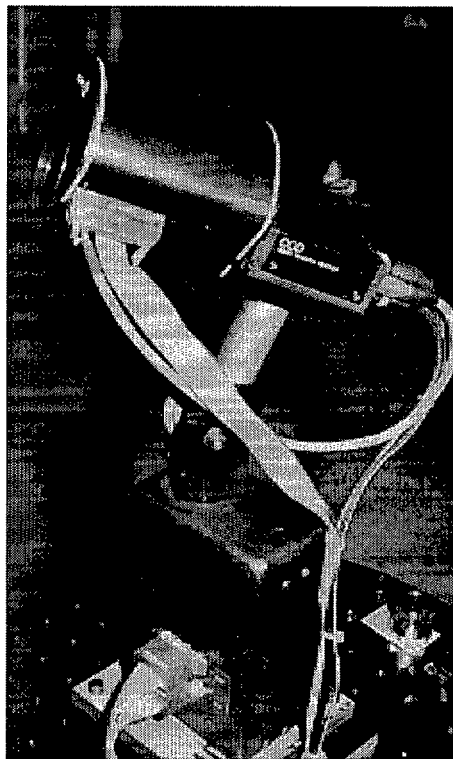
Distancia (mm)	Sensor	$\bar{distancia(mm)}$	$\sigma_{dist}$	$\bar{error(mm)}$	% de error
1500 mm	1	1662.92 mm	1.2139	162.92 mm	0.1086
1500 mm	2	1663.36 mm	1.2611	163.36 mm	0.1089
1750 mm	1	1937.18 mm	1.3219	187.18 mm	0.1069
1750 mm	2	1936.90 mm	1.3002	186.90 mm	0.1068

Tabla 3-1. Resultados obtenidos en la calibración de los sensores de ultrasonidos.

El error ha sido modelado de forma lineal, teniendo en cuenta que el ajuste de la recta por mínimos cuadrados ha proporcionado un coeficiente de correlación de 0.99987. En la tabla 3-1 se muestran algunos de los resultados obtenidos durante el proceso de calibración para diferentes sensores y distancias.

### 3.6 Sistema de Visión.

El sistema de visión artificial empleado está constituido por una plataforma orientable, con movimientos *pan* y *tilt*, de la marca TRC, que permite el movimiento de la cámara de vídeo que va montada sobre ella (figura 3-8). El sistema tiene incorporado un controlador de motor de tres ejes, diseñado para el servo control de motores DC con realimentación de posición mediante encoders, acompañado de una unidad para comunicaciones RS-232. Como se verá más adelante con este sensor el robot se relocalizará detectando la presencia de marcas pertenecientes al entorno de trabajo y marcas artificiales.

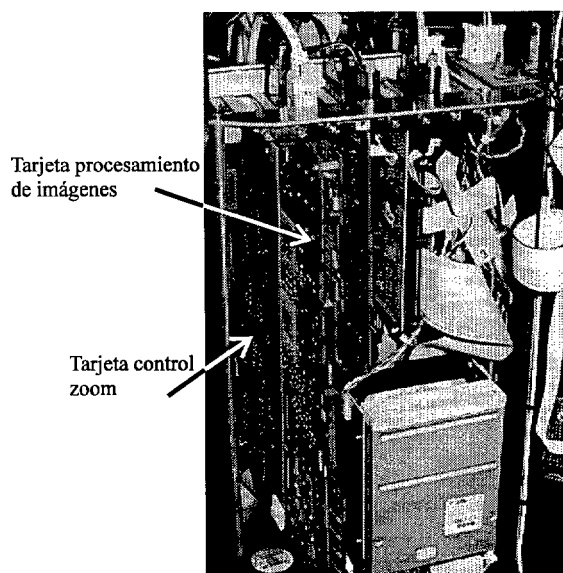


**Figura 3-8. Plataforma orientable y cámara de vídeo.**

### 3.6.1 Óptica.

Para facilitar el proceso de adquisición y posterior identificación de las marcas seleccionadas en el plano de imagen, se ha provisto al sistema con una óptica motorizada de distancia focal variable (óptica tipo zoom) de la marca Ernitec M<sup>2</sup> (8 - 48 mm). El objetivo está equipado con motores eléctricos para manejar las funciones de zoom, enfoque e iris, y además dispone de unos potenciómetros de realimentación para su control. El motor del zoom presenta un tiempo de recorrido de extremo a extremo de 5.0 segundos y el motor del enfoque de 7.0 segundos.

Para poder realizar el control de la óptica motorizada ha sido necesario desarrollar una tarjeta conectable al bus del PC [Pat96], que permite al usuario poder manejar de forma manual el sistema a través del teclado, o bien controlarlo de forma automática mediante una serie de rutinas programadas en lenguaje C. La solución adoptada permite una comunicación más rápida y directa al tener un acceso directo al bus del PC, liberando al ordenador de las tareas de control al ser efectuadas por la tarjeta interfase diseñada. Otra característica destacable es la total transparencia en el proceso de control para ambas partes, permitiendo el acceso al mismo por parte del ordenador sin necesidad de interrumpirlo.



**Figura 3-9. Tarjetas para control de la óptica y procesamiento de imágenes.**

### 3.6.2 Modelo de la cámara.

En lo referente al sensor de imagen (Cámara CCD) se ha adoptado el modelo clásico *pin-hole*. En la figura 3-10 se ilustra el modelo y el sistema de referencia asociado a la cámara. El origen del sistema de referencia de la cámara OXYZ se sitúa sobre el centro óptico de proyección. El eje Z se alinea con el eje focal, apuntando en dirección a la escena, mientras que los ejes X e Y son paralelos al plano de formación de la cámara.

El modelo de cámara pin-hole está caracterizado por un centro óptico C y un plano P sobre el que se proyectan las imágenes. De este modo un punto del espacio P(x,y,z) referido al sistema de coordenadas de la cámara se proyecta sobre el plano P en un punto I(X<sub>u</sub>,Y<sub>u</sub>,f). En estas condiciones queda definida la transformación de P a I según las siguientes ecuaciones lineales:

$$X_u = f \frac{x}{z} \quad , \quad Y_u = f \frac{y}{z} \quad (3.5)$$

Por lo general, la situación más normal es que se conozcan las coordenadas de P referenciadas al sistema de coordenadas del mundo P(x<sub>w</sub>,y<sub>w</sub>,z<sub>w</sub>), de modo que para conseguir las coordenadas del punto I es necesario determinar primeramente la transformación lineal que permite obtener las coordenadas del punto respecto al sistema de la cámara. Dicha transformación es del tipo:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} + [T] \quad (3.6)$$

donde:

$$[R] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad , \quad [T] = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

siendo [R] la matriz de rotación y [T] la matriz de traslación. Luego, dado un punto de vista, una distancia focal, las coordenadas tridimensionales de un punto P(x<sub>w</sub>,y<sub>w</sub>,z<sub>w</sub>) situado en el campo

de vista de la cámara y conocidas las matrices  $[R]$  y  $[T]$ , es posible determinar fácilmente las coordenadas de la imagen  $I(X_u, Y_u, f)$ .

Si consideramos el modelo de lente con distorsión radial, y las coordenadas con distorsión del punto en el plano de imagen  $(X_d, Y_d)$ , las ecuaciones que relacionan las coordenadas obtenidas con anterioridad y las distorsionadas son:

$$\begin{aligned} X_u &= X_d (1 + k_1 \rho^2) \\ Y_u &= Y_d (1 + k_1 \rho^2) \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\rho = \sqrt{X_d^2 + Y_d^2}$$

donde  $k_1$  es el coeficiente de distorsión radial de la lente asociado a los desplazamientos a lo largo de las líneas radiales desde el centro de la imagen.

Finalmente, se deben establecer las ecuaciones que proporcionan la transformación de las coordenadas reales de la imagen  $(X_d, Y_d)$ , a coordenadas de imagen en el computador  $(X_f, Y_f)$ :

$$\begin{aligned} X_f &= s_x d_x'^{-1} X_d + C_x \quad , \quad d_x' = d_x \frac{N_{cx}}{N_{px}} \\ Y_f &= d_y^{-1} Y_d + C_y \end{aligned} \quad (3.9)$$

donde  $(C_x, C_y)$  son los números de fila y de columna del centro de la imagen en la memoria del

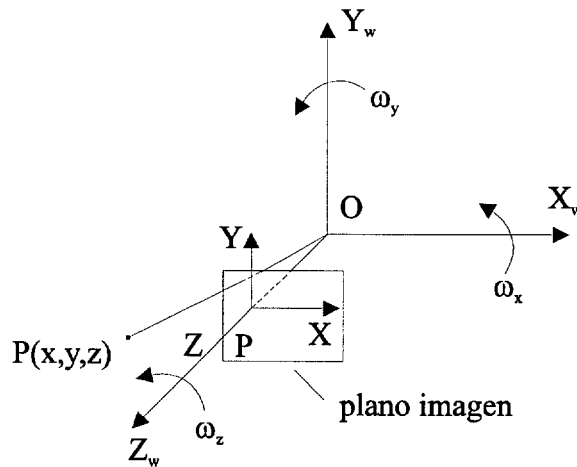


Figura 3-10. Modelo de la cámara de vídeo.

computador,  $(d_x, d_y)$  las distancias entre elementos sensores del CCD en las direcciones x e y,  $N_{cx}$  es el número de elementos sensores del CCD en dirección x y  $N_{px}$  el número de pixels muestreados en una línea. El parámetro a calibrar en este caso será el factor de incertidumbre de escala  $s_x$ .

3.6.3 Calibración del sistema de visión.

De cara a que los algoritmos de relocalización desarrollados proporcionen unos resultados con una precisión adecuada, es necesario realizar un proceso de calibración de la cámara, que considere además otros aspectos como la distorsión de las lentes, especialmente al utilizar ópticas variables de tipo zoom.

El proceso de calibración consiste en la determinación de la geometría interna de la cámara y de sus características ópticas (parámetros intrínsecos) y de la posición y orientación de la estructura de la cámara en el espacio tridimensional (parámetros extrínsecos).

En cuanto a los parámetros extrínsecos suelen tomarse seis (los seis grados de libertad que determinan la posición y orientación de un objeto en el espacio tridimensional). La calibración de estos parámetros responde a la necesidad de establecer la ubicación de la cámara en el espacio. Parece obvio que dichos parámetros deberán ser sometidos a revisión cada vez que exista un movimiento de la cámara, bien por medio de una recalibración, o mediante la sensorización de dichos desplazamientos. En el presente trabajo la cámara se encuentra montada sobre una plataforma orientable motorizada con movimientos pan y tilt. Dicha plataforma presenta un sistema un sistema de control con realimentación de posición, habiéndose realizado un proceso de calibración de su movimiento, con los siguientes resultados:

$error_{pan} (grd)$	$\sigma_{pan} (grd)$	$error_{tilt} (grd)$	$\sigma_{tilt} (grd)$	$\sigma_{pan-tilt} (grd)$
0.5	0.393	0.4	0.211	-0.022

Tabla 3-2. Resultados obtenidos en la calibración de la plataforma pan-tilt.

Los parámetros intrínsecos son los internos de la propia cámara. Su determinación se enfoca a obtener información sobre el proceso que sigue un rayo de luz en el interior de la cámara, desde que es recogido por la lente hasta que impresiona al elemento sensible, dando lugar a la formación de un pixel de la imagen. Por su propia naturaleza dichos parámetros se pueden considerar invariantes frente a desplazamientos o rotaciones de la cámara.

Como método de calibración se ha optado por utilizar el propuesto en [Tsai86]\*. Dicho procedimiento obtiene además de los parámetros intrínsecos que definen la relación entre las coordenadas en la retina normalizada y las coordenadas en pixels de la imagen digitalizada  $(x_p, y_p)$ , los parámetros extrínsecos que proporcionan la orientación y localización de la cámara en una referencia absoluta, considerando que la plantilla de puntos de calibración se encuentra contenida en un plano.

El algoritmo de calibración coplanar utilizado requiere conocer al menos la posición de cinco punto con respecto al sistema de coordenadas del mundo y de la imagen. La plantilla empleada está compuesta por dieciséis círculos de 15 mm de diámetro distribuidos de tal manera que abarquen todo el campo de visión con el objeto de estimar con precisión el valor de la distorsión radial.

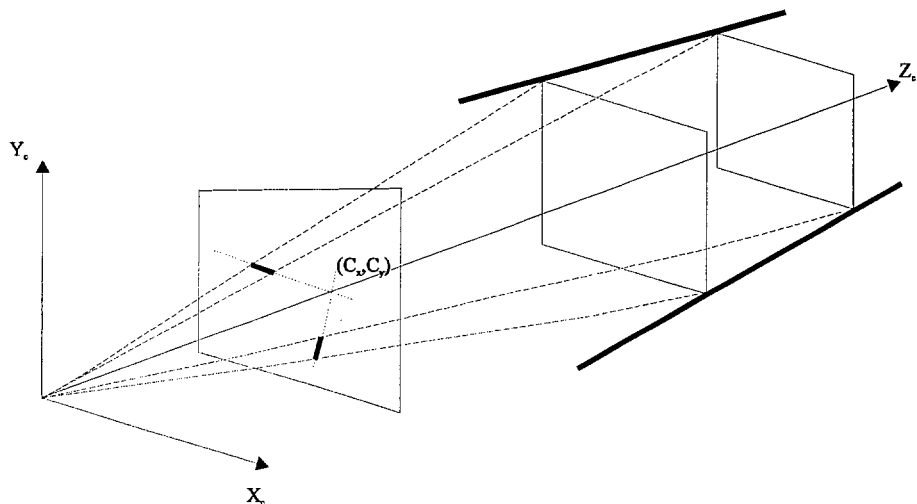
Centrándose en los parámetros intrínsecos, cabe comentar que se ha calibrado la distancia focal  $f$ ; un parámetro de escala  $s_x$ , para compensar cualquier incertidumbre en la razón entre el número de elementos sensores de la CCD y el número de pixels en el buffer de la cámara en la dirección  $x$  (dirección de las líneas de barrido de la imagen); un parámetro de distorsión radial  $k_1$  y las coordenadas del centro de la imagen digitalizada  $(C_x, C_y)$  que se obtienen aplicando el método propuesto en [LaRiDho93], al ser preciso su conocimiento a priori para poder aplicar el algoritmo coplanar básico de Tsai.

El método empleado en el cálculo del centro de la imagen se encuentra basado en las propiedades de proyección perspectiva para un conjunto de rectas paralelas al eje óptico,

---

\* Algoritmo de Tsai para datos coplanares.

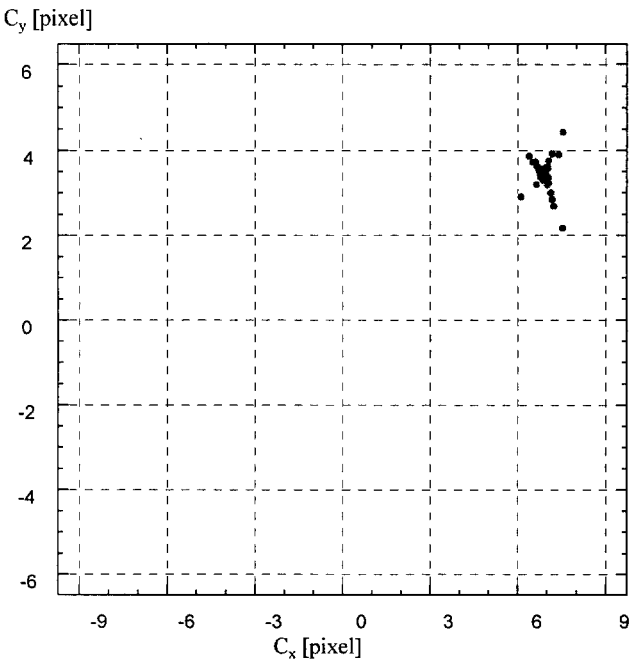




**Figura 3-11. Determinación de las coordenadas del centro de la imagen.**

considerando que la proyección de su punto de fuga es la intersección del eje óptico y el plano de imagen (figura 3-11). La estimación de las ecuaciones de las rectas durante el proceso de calibración ha sido realizada a través del método de mínimos cuadrados.

En la figura 3-12 se muestran los centros obtenidos para un formato de imagen de



**Figura 3-12. Coordenadas de los centros de la imagen determinados para una distancia de 1.2 m a la plantilla.**

650x574 pixels a una distancia de 1.2 m de la plantilla de círculos empleada con una variación de la distancia focal de 8 a 48 mm.

Para comprobar la estabilidad de los resultados obtenidos se han realizado los cálculos para diferentes distancias obteniendo los siguientes valores:

<i>distancia (m)</i>	$\bar{C}_x$ (pixel)	$\bar{C}_y$ (pixel)	$\sigma_{Cx}$ (pixel)	$\sigma_{Cy}$ (pixel)
1.2	331.898809	290.449439	0.165490	0.216695
1.3	331.636599	290.295716	0.338887	0.270367
1.4	331.439895	290.090122	0.289551	0.355239
<i>valor final</i>	331.658434	290.278425	0.18798	0.147207

Tabla 3-3. Coordenadas de los centros de la imagen.

Siendo  $(\bar{C}_x, \bar{C}_y)$  el valor medio de las coordenadas del centro de la imagen. La consistencia obtenida en los resultados se debe principalmente a la calidad de la óptica motorizada y cámara de vídeo utilizada.

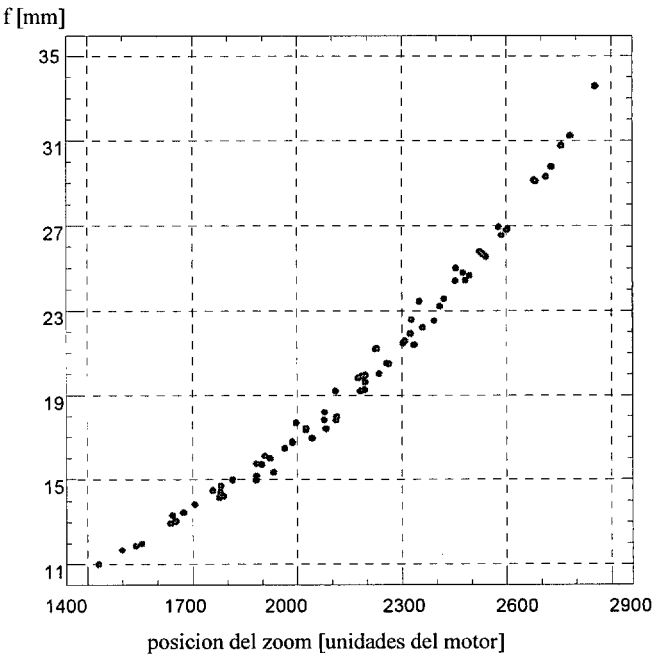
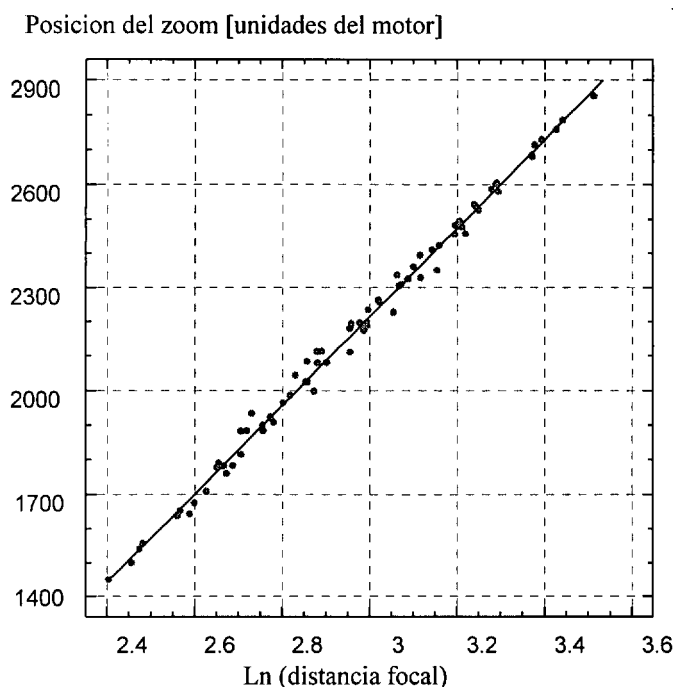


Figura 3-13. Distancia focal frente a la posición del motor del zoom.



**Figura 3-14. Posición del motor del zoom frente al logaritmo de la distancia focal.**

Para realizar el proceso de calibración es preciso conocer del sistema las distancias ( $d_x$  y  $d_y$ ) entre elementos sensores del CCD en dirección x e y respectivamente, el número de elementos sensores  $N_{cx}$  del CCD en dirección x y el número de pixels muestreados en una línea  $N_{px}$ , así como el tamaño efectivo del pixel en una línea muestreada en las direcciones x e y ( $d_{px}$  y  $d_{py}$ ).

En la figura 3-13 se muestran los valores de la distancia focal calibrada en función de la posición del motor del zoom, dicha curva varía de forma exponencial. Si se toman logaritmos se obtiene una variación modelable de forma lineal, según se muestra en la figura 3-14. El ajuste de la recta realizado por mínimos cuadrados proporciona un coeficiente de correlación de 0.997015.

El coeficiente de distorsión radial  $k_1$  de primer orden de la lente (3.8) obtenido en el proceso de calibración una vez determinado el centro de la imagen, queda representado en la figura 3-15.

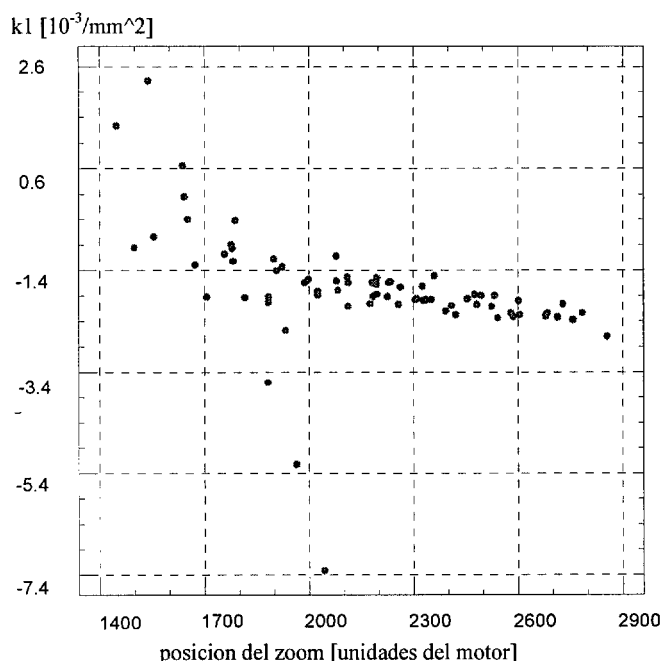
### 3.6.4 Cálculo de errores.

Será preciso establecer una medida del error para el modelo empleado en cualquiera de la serie de transformaciones de coordenadas realizadas. Una medida del error evidente es la diferencia en la posición de un punto conocido de la imagen y la que el modelo predice. Si se utiliza la diferencia de posiciones resultante de la transformación asociada a los efectos de distorsión de la lente se puede definir el error del plano de la imagen distorsionada DIPE (Distorsioned image plane error) como:

$$DIPE = \sqrt{(X_f - X'_f)^2 + (Y_f - Y'_f)^2} \quad (3.10)$$

donde  $(X_f, Y_f)$  es la posición medida del punto con respecto a las coordenadas en la memoria del computador y  $(X'_f, Y'_f)$  la posición del punto medido con respecto a las coordenadas del mundo proyectado a través del modelo de la cámara.

En muchas aplicaciones es deseable trabajar con un plano no distorsionado de la imagen, siendo preciso emplear el error del plano de la imagen no distorsionada UIPE



**Figura 3-15. Representación del coeficiente de distorsión  $k_1$  de la lente.**

(Undistorted image plane error), definido como:

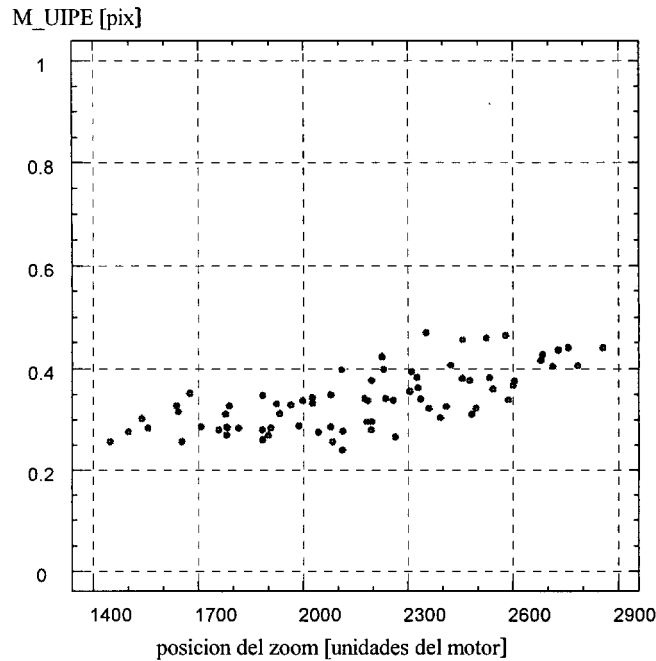
$$UIPE = \sqrt{(\Delta X_{fu})^2 + (\Delta Y_{fu})^2} \quad (3.11)$$

donde:

$$\begin{aligned} \Delta X_{fu} &= d_x^{-1}(X_{u2} - X_{u1})s_x \\ \Delta Y_{fu} &= d_x^{-1}(Y_{u2} - Y_{u1}) \end{aligned} \quad (3.12)$$

$(X_{u2}, Y_{u2})$  se obtienen a partir de la posición medida de la imagen del punto  $(X_f, Y_f)$ , mientras que  $(X_{u1}, Y_{u1})$  se obtienen a partir de las coordenadas del punto  $(x_w, y_w, z_w)$ . El modelo de calibración utilizado minimiza la suma de los cuadrados de los errores en el plano de la imagen no distorsionada para los datos de calibración.

En la figura 3-16 se representa el error del plano de la imagen no distorsionada. Los valores obtenidos están comprendidos entre 0.2403 y 0.4699 pixels. El valor medio de todos ellos es de 0.3378 pixels.



**Figura 3-16. Representación del error UIPE.**



# **Planificación y supervisión de la localización.**

---

# **4**

## **4.1 Introducción.**

Los primeros desarrollos de la robótica móvil se produjeron para su aplicación en entornos realizados por el hombre, caracterizados por ser altamente estructurados, de tal forma que la incertidumbre sobre el entorno era mínima. La mayoría de los robots trabajaban en entornos tan ordenados que apenas precisaban información sensorial, limitándose en la mayoría de los casos a repetir una determinada secuencia de movimientos.

Sin embargo, es preciso tener en cuenta que no todos los entornos en los que puede trabajar un robot móvil están perfectamente estructurados, debido a la dificultad que supone el

conocimiento a priori de la ubicación exacta de todos los objetos presentes en el entorno, así como la planificación de todas las posibles acciones que deba tomar el robot. Por lo tanto será preciso que el robot sea capaz de tomar decisiones, mientras tiene en cuenta las directrices asociadas a la misión que debe cumplir, es decir, deberá ser capaz de actuar de forma autónoma frente a situaciones imprevistas, siendo necesario que conozca su posición dentro del entorno de trabajo en todo momento para así poder cumplir las acciones propuestas por el usuario. Para ello, se efectuará el proceso de relocalización del robot según el crecimiento de la incertidumbre en su posición.

En el presente capítulo se plantea el desarrollo de un planificador de la percepción, que a partir de la información disponible del modelo del entorno (posición de las distintas marcas naturales y artificiales), junto con la trayectoria asociada a la tarea encomendada por el usuario, se encargará de la selección de las marcas más idóneas a emplear en el proceso de localización del vehículo.

## **4.2 Planificación de la percepción.**

El planificador de la percepción es el encargado de la selección de las marcas durante el proceso de localización del robot, con el fin de que en todo momento se disponga de una marca idónea para que el robot no tenga que detenerse (relocalización con el vehículo en movimiento), o lo haga durante el intervalo de tiempo más corto posible (relocalización con el vehículo detenido), según los criterios de incertidumbre en la posición establecidos por el supervisor del sistema.

Un primer planteamiento del problema podría considerar la selección de las marcas *a priori* [DenMil96], de modo que se lleve a cabo un estudio previo de los intervalos de visibilidad para cada una de las marcas, cuyo número debe ser lo suficientemente elevado como para que cada trayectoria pueda ser completamente cubierta por el conjunto de intervalos correspondientes a la totalidad de dichas marcas. Una vez efectuado dicho estudio se debe seleccionar el subconjunto de marcas que el robot deberá detectar y seguir a lo largo de la



trayectoria, de manera que el coste sensorial (detección de nuevas marcas más seguimiento de las ya seleccionadas) sea mínimo. El proceso puede efectuarse mediante algoritmos de coste uniforme (todas las marcas tienen los mismos costes de detección y seguimiento) o bien de coste ponderado.

Otra posibilidad estaría asociada a condicionar la acción del planificador de trayectorias según la selección de marcas idóneas para el proceso de localización [Bau95b], dado que la incertidumbre sobre la configuración actual crece a medida que aumentan los segmentos de recorrido en los que no es posible la relocalización, siendo preciso incluir una serie de maniobras destinadas a facilitar el proceso de localización. Para ello, el planificador sólo busca subobjetivos, es decir, trabaja sobre segmentos pequeños, y analiza los beneficios y costes estimados para cada configuración en cuanto a seguimiento de la misión y localización. Si además se tienen en cuenta las necesidades futuras, se obtiene una secuencia de maniobras óptima.

Un sistema de navegación basado en marcas artificiales también es descrito en [LazLat92], el conjunto de marcas empleado en el proceso se encuentra distribuido a lo largo del entorno de trabajo. Para conseguir mantener la incertidumbre en la posición del vehículo dentro de unos límites aceptables, existe como en el caso anterior, un planificador encargado de generar una trayectoria atendiendo a la disposición de las marcas en el entorno. En [LazLat95] se propone un planificador que asume la existencia de regiones (asociadas a las marcas) denominadas *islas de perfección*, tales que en ellas la información sensorial sobre la posición y el control del movimiento del vehículo son precisos.

Otras propuestas se basan en técnicas de aprendizaje [KanMiu93], proceso que a través de un guiado manual a lo largo del entorno de trabajo permite al sistema almacenar en un mapa posibles marcas visuales tales como puertas, accesos a escaleras, ventanas, salidas, etc., de las que se detectan los segmentos que las componen y cuya clasificación utiliza ciertos conocimientos *a priori*, como la discriminación según las dimensiones de los patrones detectados. En una segunda fase, se le indica la robot la situación del objetivo, y el sistema

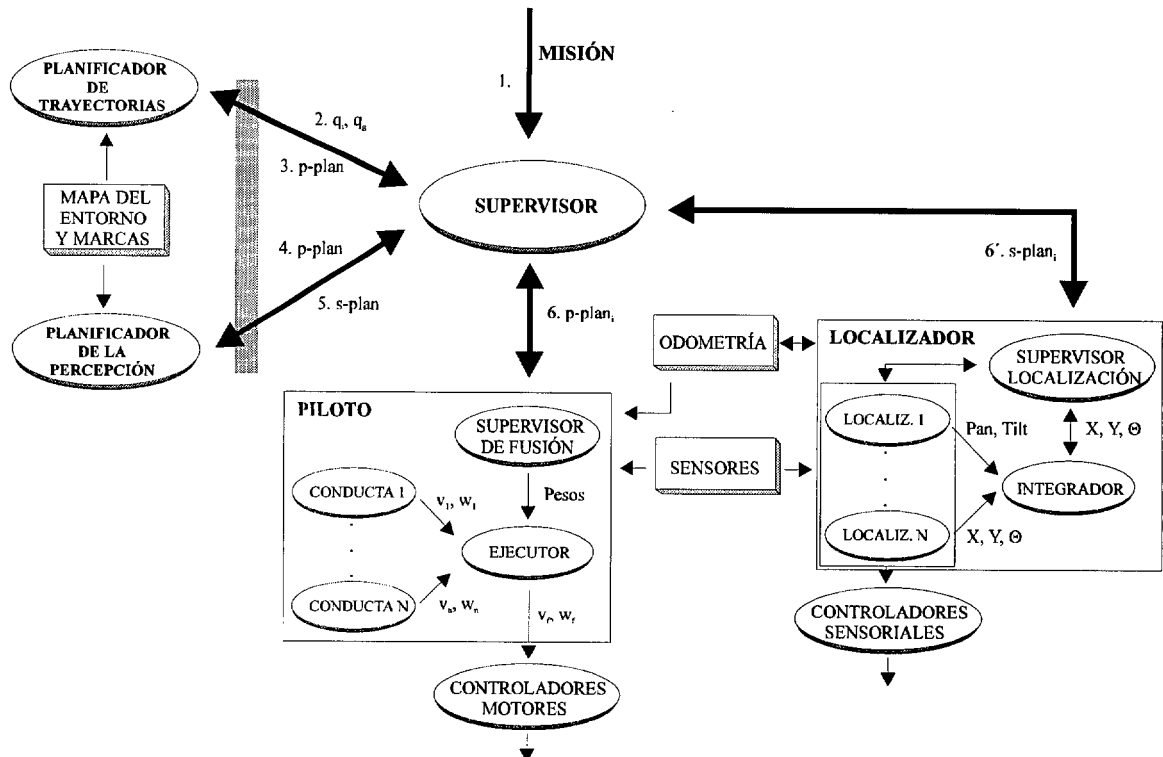


Figura 4-1. Arquitectura de control del robot móvil.

efectúa la selección de la secuencia de marcas que guíe al vehículo hacia su destino en tiempo mínimo. El principal inconveniente que presenta el sistema es el elevado tiempo de cómputo asociado al procesamiento de las imágenes.

#### 4.2.1 Arquitectura de control.

En el presente trabajo, se ha optado por diseñar un planificador de la percepción cuyo impacto sobre el resto de elementos de la arquitectura de control fuera el menor posible (figura 4-1). La arquitectura de control del piloto está basada en la arquitectura AFREB (Fusión Adaptativa de Comportamientos Reactivos)\*, habiéndose desarrollado distintas conductas de control reactivo (seguir un camino, ir a un punto objetivo, seguir un contorno por la derecha/izquierda, etc.) [Salichs93][Salichs94][Moreno95].

La estructura de control determina el comportamiento y la ejecución de éste por parte del sistema, cuando se encuentra en un entorno real enfrentado a una gran variedad de

\* Adaptive Fusion of Reactive Behaviors

situaciones, deberá permitir la supervisión de las acciones del sistema y el cumplimiento de las tareas especificadas, así como la detección de cambios en el entorno, procediendo de manera que no se interrumpa la tarea que se ejecuta. El control reactivo se caracteriza por una fuerte interacción entre la percepción sensorial y las respuestas del sistema, pudiendo considerar que la inteligencia del sistema se encuentra distribuida entre los diferentes comportamientos elementales, conjuntos de acciones simples que se ejecutan de forma concurrente o secuencial.

El piloto está constituido por los siguientes módulos: supervisor de fusión, conductas primitivas y ejecutor. Cada *conducta primitiva* es un dispositivo computacional que interpreta datos sensoriales<sup>\*</sup>, pudiendo considerarse como formas separadas de control del robot (las conductas son independientes y están desacopladas). La salida de cada conducta primitiva en un instante  $t+1$ , es completamente determinista y está dada por la entrada a la conducta en el instante  $t$ . La misión del *supervisor de fusión* es generar los pesos asociados a las distintas conductas primitivas, utilizando la información de los sensores para poder determinar la situación de los objetos en el entorno, la posición actual del robot, etc.; mientras que la misión del *ejecutor* es la de calcular los comandos que actúen sobre el robot según los pesos asociados a las conductas primitivas, así como de su ejecución teniendo en cuenta las posibles restricciones que presente el sistema. El ejecutor recibe como entradas la velocidad  $v$  y la curvatura  $\omega$  procedentes de cada una de las conductas primitivas. La activación de los comportamientos y los criterios de decisión se realiza mediante técnicas fuzzy.

El planificador de trayectorias es el módulo encargado de proporcionar el camino que va a recorrer el vehículo para cumplir la misión introducida por el usuario al sistema, antes de que el robot comience a moverse. Deberá tener en cuenta la información conocida del entorno, con la finalidad de:

- cumplir los comandos de navegación para que el vehículo sea capaz de dirigirse a una localización determinada,
- modificar el camino planeado si el módulo de pilotaje no fuera capaz de seguirlo.

---

<sup>\*</sup> Las conductas primitivas son formas simples de reacción a la información sensorial.

El camino generado está constituido por una serie de puntos objetivo, que el vehículo deberá alcanzar para completar la misión. La generación del camino se realiza sin tener en cuenta la disposición de las marcas empleadas en el proceso de localización (p-plan, figura 4-1).

El planificador de la percepción desarrollado constituye un módulo independiente que se ejecuta paralelamente a los demás. Su comunicación con los diferentes módulos de localización desarrollados se realiza a través del supervisor de la localización, que se ocupa de la gestión del método requerido de localización, así como de la selección de la marca más idónea en atención a la información suministrada por el planificador.

El funcionamiento del planificador de la percepción está basado en el estudio de determinadas posiciones de control pertenecientes a la trayectoria, llevando a cabo una selección *a priori* de las marcas que permiten realizar la localización del vehículo en movimiento. El supervisor de la localización combinará la anterior preselección con la posibilidad de una selección óptima en el caso de que el vehículo se detenga (s-plan, figura 4-1).

Los algoritmos han sido implementados mediante el uso de técnicas *fuzzy*, que permiten entender el procedimiento de selección de una forma natural, a la vez que proporcionando una gran versatilidad en la modificación de los criterios de selección.

Los criterios de selección de las marcas están asociados al análisis de dos funciones de coste:

- Coste de ralentización del movimiento del robot. La selección de las marcas debe efectuarse de manera que en cada instante se disponga de una idónea para que el robot no deba detenerse durante el proceso de relocalización o lo haga durante el intervalo de tiempo más corto posible.
- Coste de adquisición de la marca. Asociado a los movimientos implicados en la adquisición de la imagen:
  - Giros pan y tilt de la plataforma orientable.
  - Desplazamiento de la óptica motorizada (zoom y enfoque).

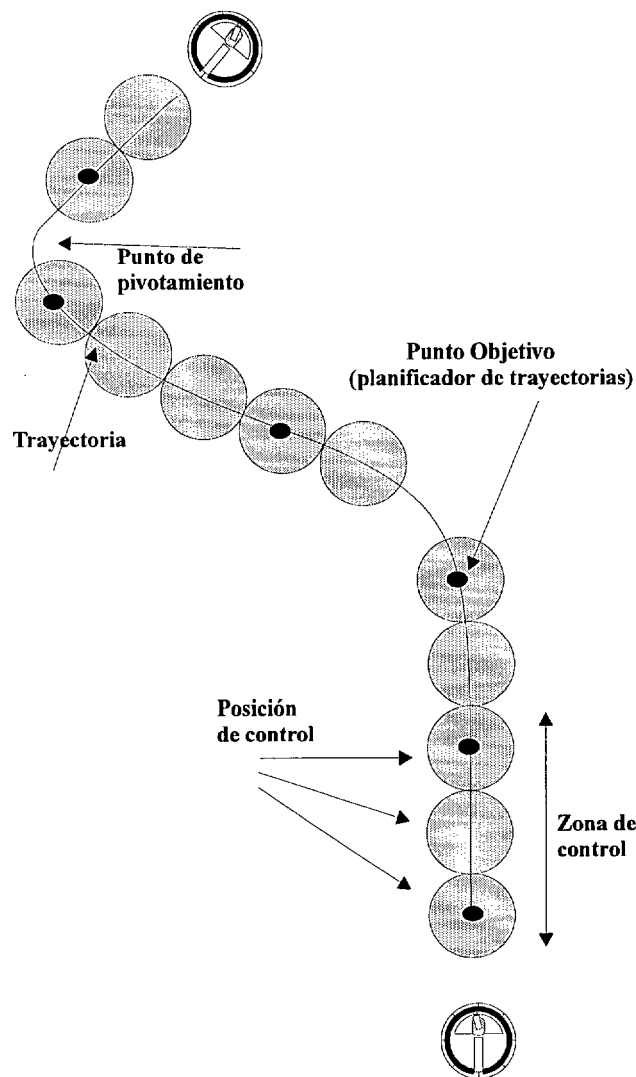
### 4.3 Análisis y selección de las marcas en el planificador.

Si consideramos que la preselección de las marcas se realiza *a priori*, será preciso conocer cuáles son los puntos objetivo proporcionados por el planificador de trayectorias, para la misión propuesta por el usuario. El módulo de planificación propuesto interpola series intermedias de nuevos puntos, que garanticen posiciones de control separadas por una distancia máxima programable. Los puntos objetivo asociados a la misión son también considerados como posiciones de control, pues se trata de puntos que necesariamente deberán ser alcanzados para la consecución de la misión. Experimentalmente se ha observado que en los puntos en los que se producen saltos bruscos en la orientación del vehículo, la conjunción de movimientos provoca un aumento en el coste de adquisición, por ello son etiquetados como puntos de pivotamiento, no considerándose como posiciones de control y siendo excluidos del análisis posterior.

Como resultado de las consideraciones expuestas, en la figura 4-2 se muestra el modelado de un posible camino. Producto de dicho modelado se genera un conjunto de *posiciones de control* (bolas de radio la mitad de la separación entre posiciones), para las que se deberán estudiar las condiciones de visibilidad de las marcas. A su vez, dichas posiciones de control son agrupadas en *zonas de óptica uniforme*, cubriendo una distancia aproximada de 3 m. El posicionamiento de la óptica es la actividad más costosa en tiempo del proceso de relocalización, por ello se pretende establecer zonas de óptica uniforme que posibiliten la detección de distintas marcas sin modificación de la óptica.

#### 4.3.1 Análisis preliminar de las marcas.

El primer paso consiste en una rápida selección preliminar de las marcas que se encuentran dentro de los límites de visibilidad, con el objetivo de no encarecer el tratamiento posterior. Las marcas empleadas para el proceso de localización están definidas por cinco parámetros: número de la sala donde se encuentran ubicadas ( $n_s$ ), coordenadas ( $x, y, z$ ) respecto del sistema de referencia absoluto y orientación relativa ( $\theta_r$ ).



**Figura 4-2. Modelado de la trayectoria y generación de las posiciones de control.**

---

El proceso considera la trayectoria inicial asociada a la misión solicitada por el usuario, así como las limitaciones impuestas por la óptica utilizada (ver capítulo 3), para establecer una relación de las posibles marcas útiles a lo largo de la trayectoria del robot, considerando las diferentes zonas clasificadas dentro del entorno de trabajo (salas, pasillos, pasos de puertas, etc.).

Las marcas filtradas en este paso no necesariamente podrán ser detectadas, pues será preciso tener en cuenta el ángulo de visibilidad asociado a la deformación de la marca en el

plano de imagen y los giros que deberá realizar la plataforma orientable, relacionados todos ellos con la posición que ocupe el vehículo en el entorno de trabajo en los instantes de tiempo previos al proceso de relocalización.

#### **4.3.2 Selección de las marcas para cada posición de control.**

Los algoritmos de selección han sido desarrollados empleando técnicas fuzzy, considerando su robustez y simplicidad. Sus orígenes se basan en un intento de formalización del razonamiento con incertidumbre, intentando abordar problemas en términos lingüísticos donde los datos están expresados de forma cualitativa.

Los controladores fuzzy se basan en reglas del tipo **IF A THEN B**, siendo *A* el antecedente o premisa y *B* el consecuente o actuación. Antecedentes y consecuentes contienen conjuntos fuzzy que representan magnitudes cualitativas con un grado de pertenencia a las mismas en el intervalo  $[0, 1]$ .

Las reglas fuzzy actúan en paralelo, influyendo en una o varias salidas fuzzy, que para determinar la acción de control deberán ser transformadas en valores precisos. Previamente, las entradas precisas al regulador habrán sido transformadas en fuzzy, para así poder aplicar las reglas de inferencia. Estas reglas, junto con los conjuntos y operadores de la lógica fuzzy constituyen un método sencillo de generación de modelos cualitativos y de razonamiento aproximado para los controladores.

Las ventajas que presenta la selección de las marcas mediante el uso de técnicas fuzzy estriban en que:

- facilitan el modelado explícito de cada función de control.
- posibilitan una comprensión fácil e intuitiva de las mismas,
- usan un conjunto reducido de operaciones aritméticas, simples de ejecutar,
- no necesitan un modelo exacto del proceso a controlar.

Los principales inconvenientes asociados a los controladores fuzzy son:

- la gran dificultad para conseguir el controlador óptimo,
- la dificultad de generar buenos conjuntos fuzzy antes de que el proceso real esté en funcionamiento, pues es necesario para el ajuste de los conjuntos,
- la falta de herramientas para demostrar la estabilidad del control, de forma simple,
- si se dispone de buenos modelos basados en ecuaciones matemáticas, el razonamiento fuzzy es menos atractivo al perder parte de la información existente.

Para poder evaluar la idoneidad geométrica de la marca se emplea un esquema de regulador fuzzy en el que se utilizan como entradas la distancia estimada a la marca (distancia acotada por el alcance de la óptica empleada) y el ángulo de visión (en valor absoluto) con el

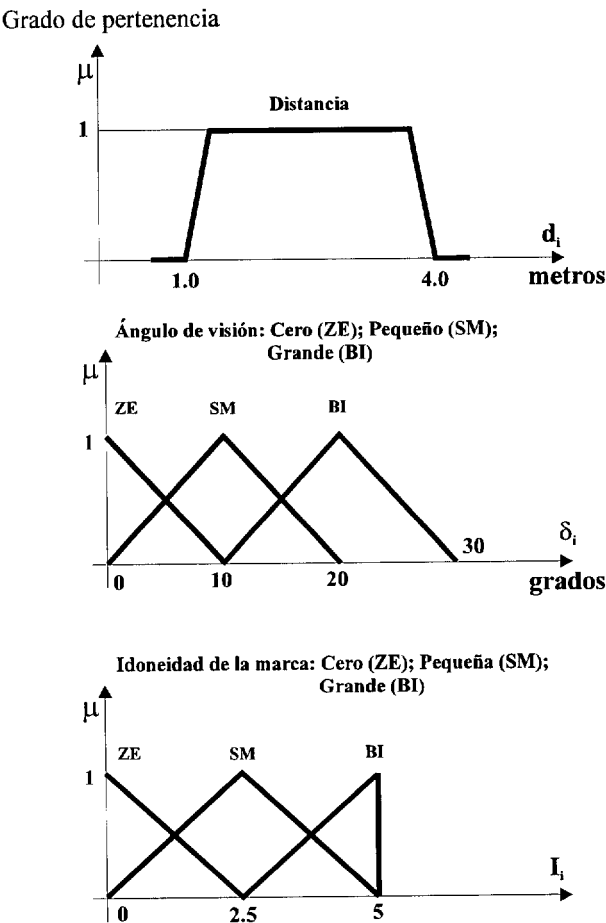


Figura 4-3. Términos fuzzy para la obtención de la idoneidad de las marcas (módulo de evaluación de la visibilidad).



que sería observada. Experimentalmente se ha determinado que los ángulos deben ser inferiores a  $30^\circ$ . La salida será un valor de idoneidad correspondiente a la observación de la marca en cuestión. Las funciones de pertenencia de los términos fuzzy implicados se presentan en la figura 4-3.

Los resultados de idoneidad obtenidos permiten un tratamiento de las marcas según dos alternativas. En primera instancia, se guardan los resultados correspondientes a todos los patrones visibles, para ser posteriormente agrupados en patrones zonales, que servirán para el proceso de relocalización con el vehículo en movimiento; por otro lado, se almacena para cada eje la marca cuya idoneidad haya sido mayor, de entre todas las observables, en atención a la incertidumbre en la posición del vehículo existente en el momento de relocalizarse.

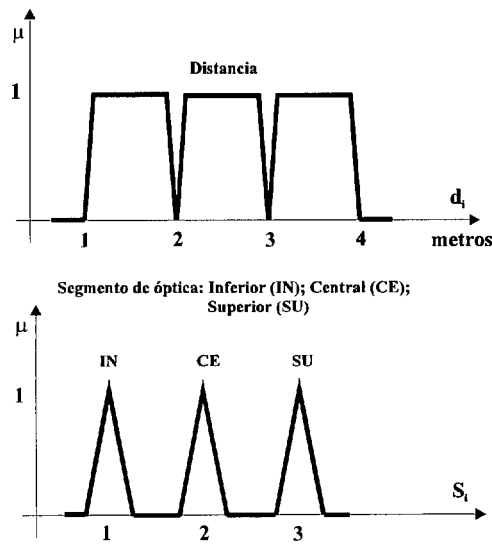
#### **4.3.3 Selección de las marcas zonales.**

Una vez discriminadas las marcas visibles, se procede a la selección de las mejores según los siguientes criterios:

- que sirvan para mantener la posibilidad de relocalización en cada zona (según los ejes de incertidumbre),
- que se encuentren dentro de los márgenes de una distancia predeterminada que garantice que las marcas elegidas son detectables sin necesidad de reposicionamiento de la óptica.

El tratamiento que se realiza sobre las marcas visibles aplicando los criterios anteriores consta de los siguientes apartados:

1. Se emplea la distancia estimada entre la cámara de vídeo y la marca para cada posición de control como entrada a un regulador fuzzy, cuya salida es la variable segmento de óptica que indica la distancia focal en *mm* en que deberá posicionarse el zoom (figura 4-4).
2. Para cada zona de control, se determina a qué segmento de posición de la óptica corresponde cada marca, contabilizando el segmento, el eje cartesiano de la marca y si la posición de control se encuentra a la entrada o al final de la misma. Este último concepto cobra verdadera importancia si se considera que la transmisión de datos a la óptica motorizada para su ajuste



**Figura. 4-4. Términos fuzzy para la selección de la óptica zonal (clasificador óptico).**

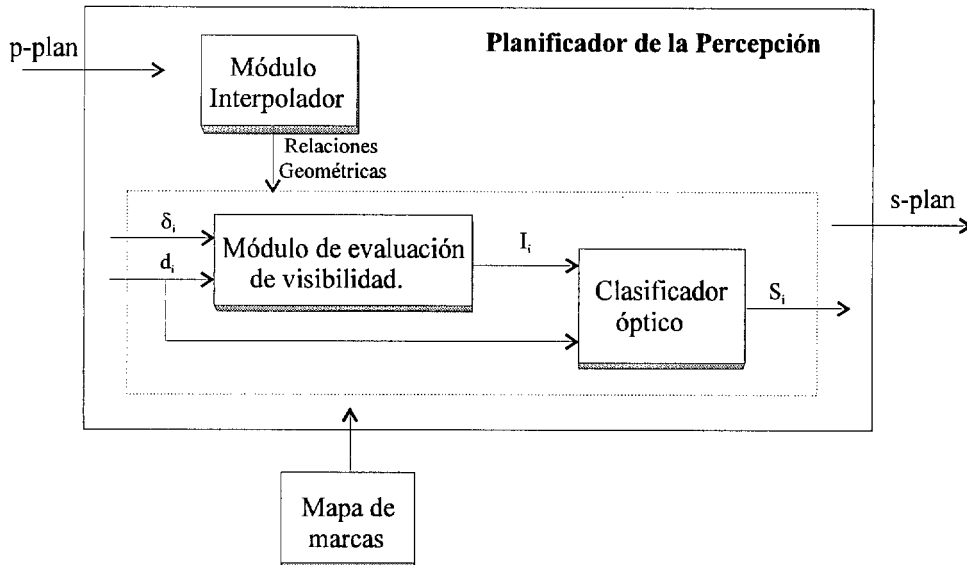
se realiza en cuanto se detecta la entrada en la bola del primer punto de la zona de control en cuestión.

3. Para cada posición de control se determinan las marcas que tengan una idoneidad geométrica mayor según los ejes x e y.

Como resultado de los diferentes procesos mencionados en los apartados anteriores, podemos definir el esquema general del planificador de la percepción según se muestra en la figura 4-5. La salida del módulo de planificación ofrece un plan de marcas disponibles al supervisor de la localización, para ser empleado en el proceso de relocalización, en atención a la trayectoria propuesta por el planificador de trayectorias, asociada a la misión introducida por el usuario.

#### 4.4 Ciclo del supervisor de la localización.

Una vez realizado el análisis y preselección de las distintas marcas, la ejecución del plan propuesto por el planificador de la percepción se realiza a través de un módulo gestor denominado supervisor de la localización, que permite un funcionamiento a varios niveles



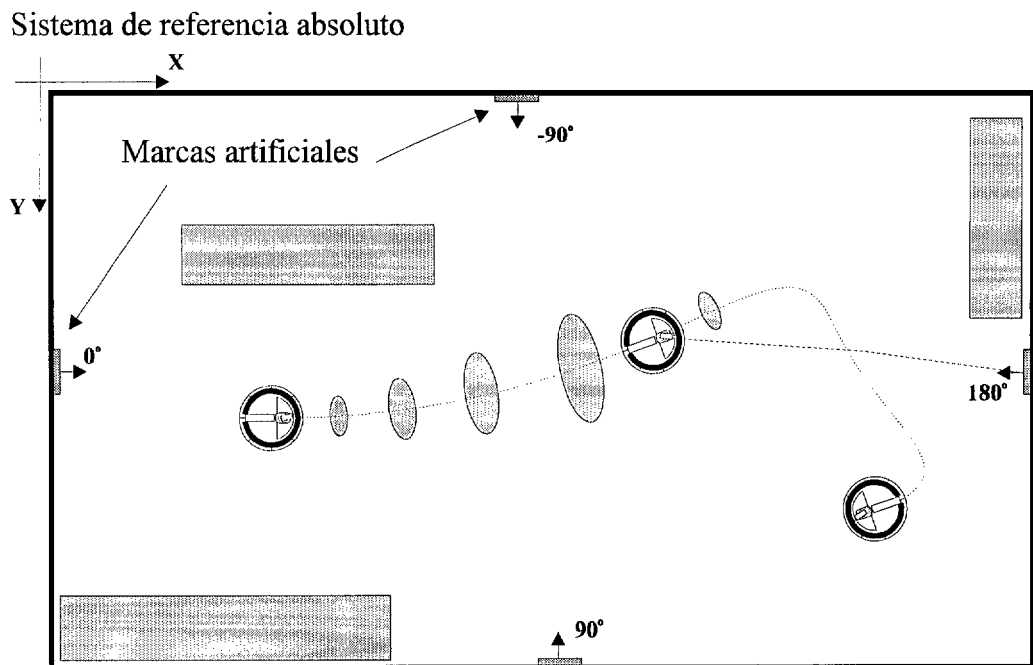
**Figura 4-5. Esquema general del planificador de la percepción.**

según el crecimiento de la incertidumbre de la posición del robot con la odometría (ver capítulo 2), y la posición que ocupe el vehículo dentro del entorno de trabajo.

En primera instancia y dependiendo de la estimación de la posición del vehículo en el entorno del trabajo, el supervisor de la localización seleccionará el método de localización más apropiado:

- localización basada en marcas artificiales si el robot se encuentra en salas y laboratorios, empleando un sistema de visión artificial, y
- localización basada en marcas del entorno si se encuentra en pasillos o corredores, mediante visión artificial y sensores de ultrasonidos.

Por otro lado, se han desarrollado dos niveles de localización, en movimiento o tras la detención del vehículo, en atención al crecimiento de la incertidumbre en la posición y orientación del vehículo. Experimentalmente se han establecido dos valores límite en la incertidumbre de la posición del vehículo. Superado el primer límite, el supervisor dispone el proceso de relocalización en movimiento según las zonas y posiciones de control establecidas previamente en la planificación de la percepción, con el objetivo de disminuir la incertidumbre. En el caso de que no existan marcas disponibles o el sistema no sea capaz de identificarlas, la



**Figura 4-6. Selección de la marca más idónea según la incertidumbre en la posición del robot móvil.**

incertidumbre de la posición continuará aumentando, y una vez alcanzado el segundo límite establecido, el vehículo se verá obligado a detenerse, facilitando así el proceso de selección, adquisición e identificación de la marca óptima.

La detección de la marca permitirá la disminución de la incertidumbre, permitiendo que el vehículo reanude la marcha. El proceso se repite de forma cíclica a lo largo de la misión.

#### **4.4.1 Localización con el robot en movimiento.**

El proceso de adquisición de la imagen requiere una previsión del movimiento del robot en los ciclos siguientes una vez ajustada la óptica al valor seleccionado en la zona de control actual. Para poder realizar dicha previsión el planificador recibe información odométrica (posición y orientación actual del vehículo) e información del piloto (velocidad de traslación y de rotación). El intervalo de tiempo empleado en dicha previsión es variable, encontrándose sujeto a la estimación realizada sobre los tiempos invertidos por la plataforma orientable para realizar los giros pan y tilt de enfoque de la marca.

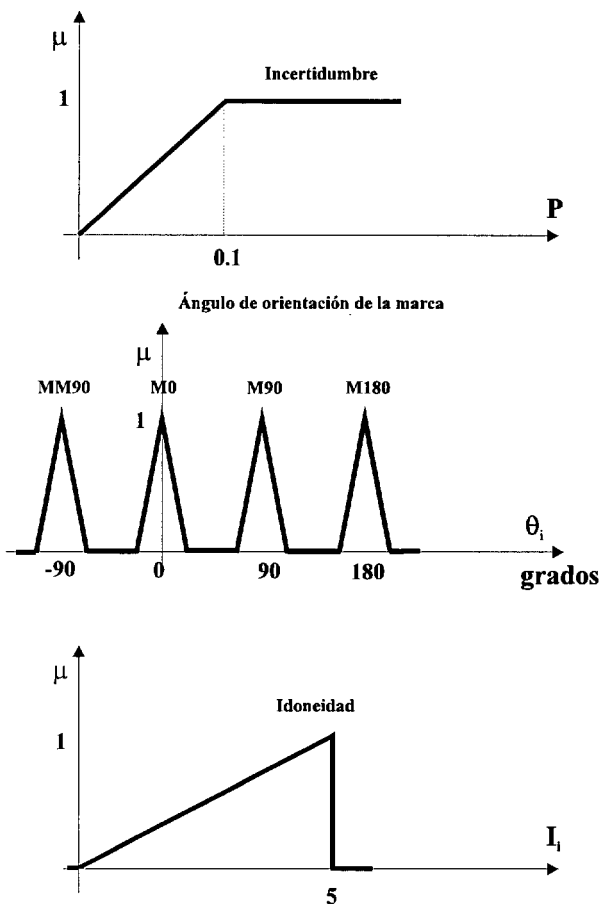


Figura 4-7. Términos fuzzy para la evaluación de la marca más adecuada según la incertidumbre de la posición.

El proceso de selección de marcas se encuentra sujeto al valor actual de la incertidumbre en la posición del vehículo (figura 4-6). Para realizar dicha selección se ha implementado un regulador fuzzy (figura 4-7) que tiene como variables de entrada la orientación de los patrones preseleccionados por el planificador para dicha zona de control según el sistema de referencia (x, y), y la incertidumbre de la posición correspondiente a dichos ejes. Como valor de salida proporciona la idoneidad de las marcas previamente seleccionadas para dicha zona de control.

4.4.1.1 Observabilidad de la marca.

Al haber considerado las posiciones de control como bolas de un cierto diámetro, puede ocurrir que la marca seleccionada no pueda ser observada para la configuración actual, bien por

encontrarse fuera de los límites de visibilidad (distancia o ángulo de visión excesivos), o porque el giro requerido por la plataforma orientable para su enfoque sea demasiado grande. Para evitar estas situaciones se ha implementado un nuevo regulador fuzzy (figura 4-8) de entradas la distancia y ángulos de visión estimados para la marca, y los giros pan y tilt de la plataforma orientable para su observación. La salida del regulador indicará si en el instante actual la marca es todavía observable o no; pasando en este último caso a la siguiente candidata si existiese.

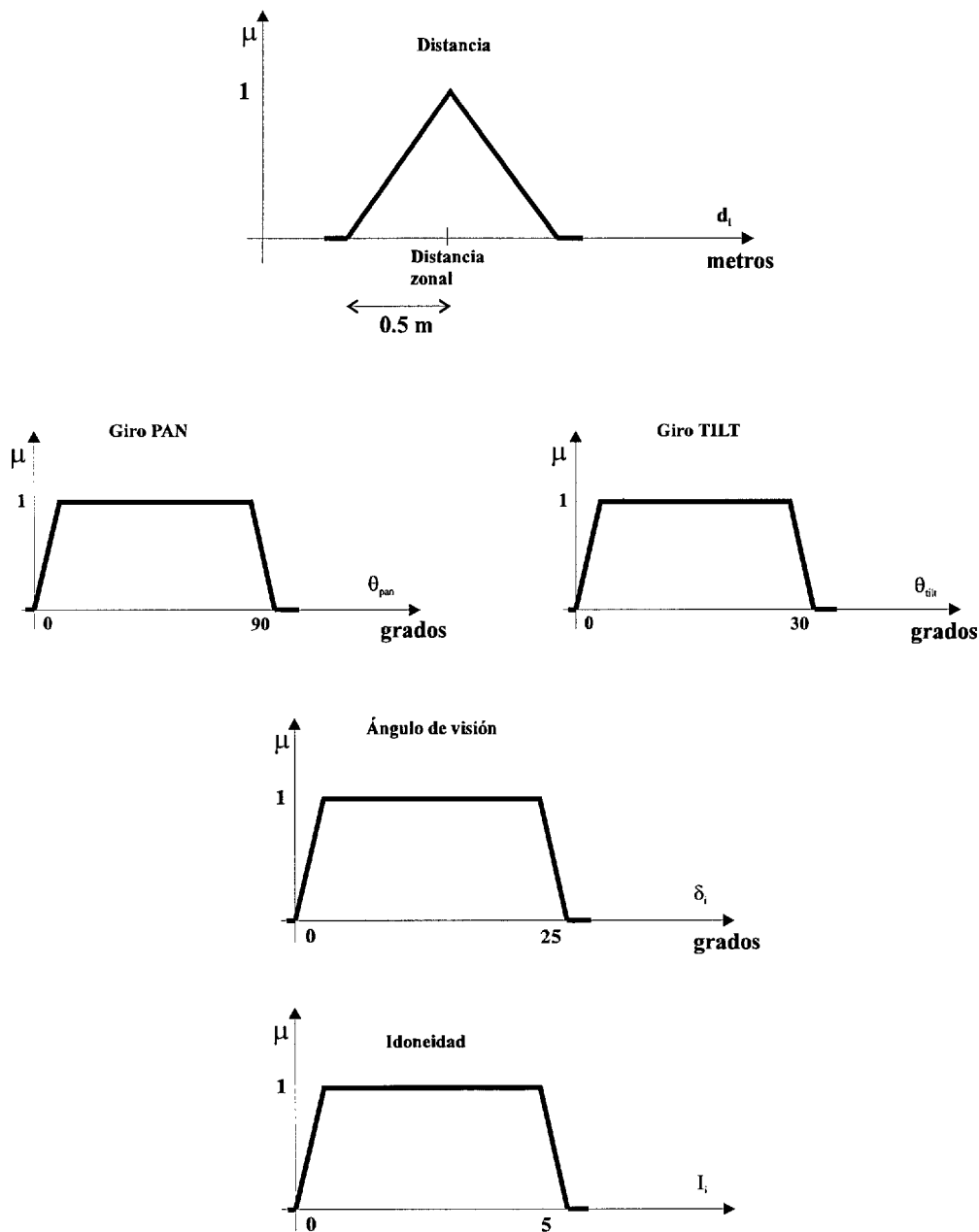
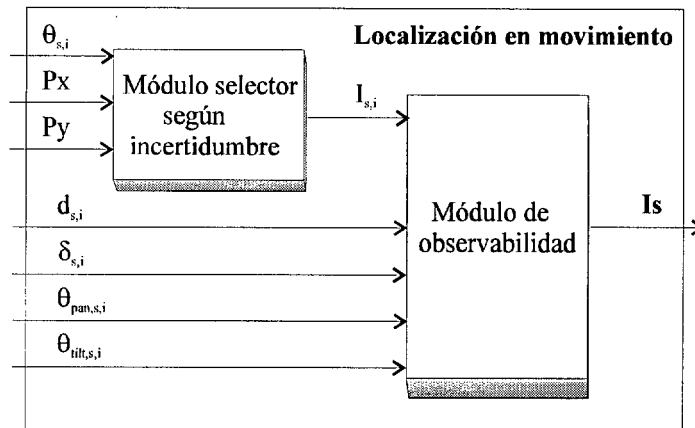


Figura 4-8. Términos fuzzy para la comprobación de observabilidad de la marca.



**Figura. 4-9. Esquema general del módulo del supervisor para la localización en movimiento.**

En la figura 4-9 queda reflejado el esquema de funcionamiento del supervisor de la localización, en el caso descrito para el vehículo en movimiento. Las marcas analizadas por el módulo son leídas del plan presentado con anterioridad por el planificador de la percepción. Tras el procesamiento se obtiene para el instante actual la marca más adecuada del conjunto propuesto.

#### 4.4.2 Localización con el robot detenido.

Cuando la incertidumbre de la posición sobrepasa un segundo límite según se indicó anteriormente, se ha considerado conveniente detener el vehículo para facilitar el proceso de relocalización. El modo de funcionamiento del supervisor de la localización en esta situación difiere del caso visto al tener que atender a otros criterios distintos:

- es posible realizar un ajuste más fino en el posicionamiento de la óptica motorizada, para así garantizar la detección de la marca, ya que en esta situación el retardo ocasionado es admisible.
- no se imponen limitaciones en los ángulos de giro asociados al movimiento de la plataforma orientable en el proceso de enfoque de la marca.
- si la incertidumbre de la posición es muy elevada, será preciso efectuar el proceso de relocalización según marcas pertenecientes a ambos ejes.

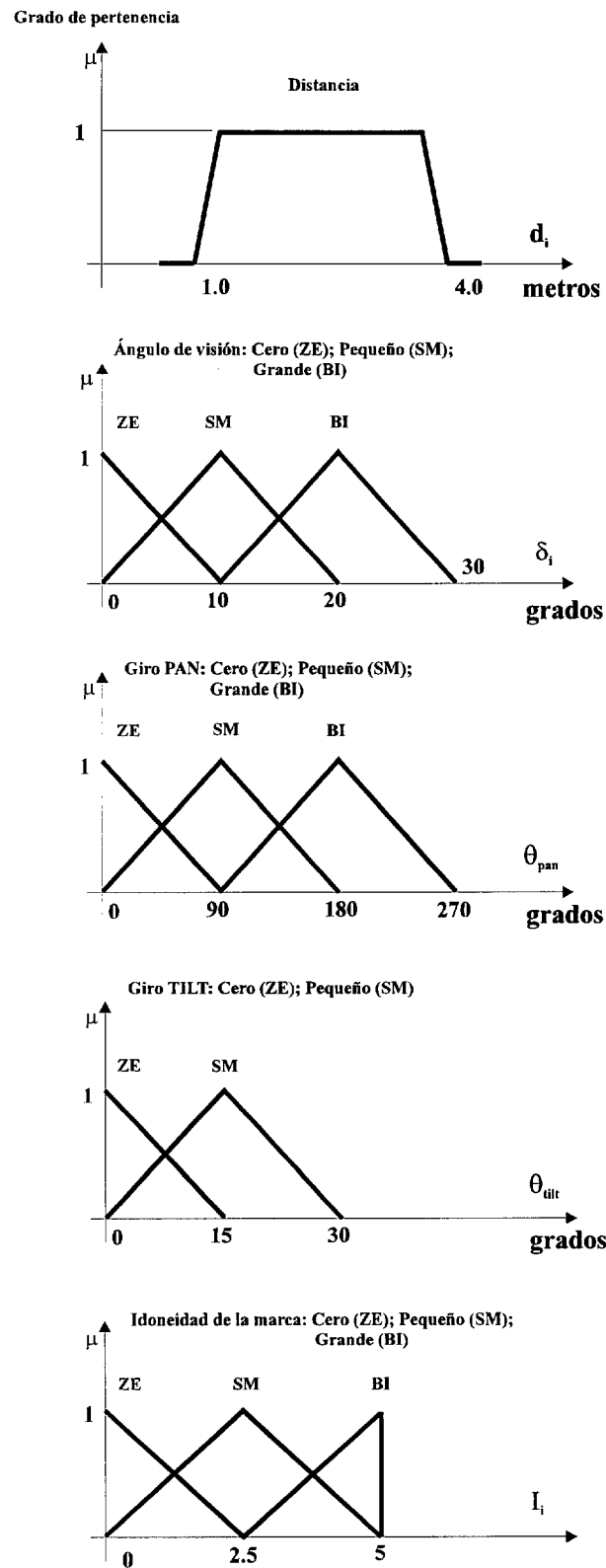
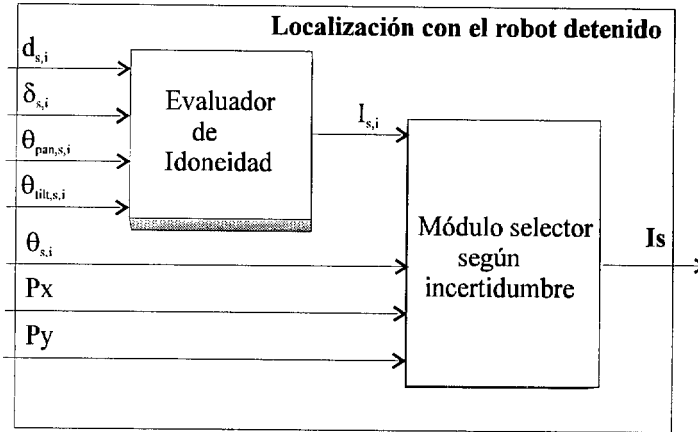


Figura 4-10. Términos fuzzy para la selección de marcas con el robot detenido.





**Figura 4-11. Esquema general del módulo del supervisor para la localización con el vehículo detenido.**

Con el robot detenido se efectúa una selección óptima de la marca. Esta vez no se atiende únicamente a los resultados proporcionados por el planificador de la percepción, sino que se consideran todas las marcas que superen un análisis preliminar similar al mostrado en el apartado 4.3.1, para la posición actual del vehículo.

La selección de la marca más idónea se realiza a través de un regulador fuzzy (figura 4-10) de entradas la distancia estimada a dicha marca, los ángulos de visión, y los ángulos pan y tilt asociados a la plataforma orientable. Como resultado se obtiene su índice de idoneidad, de acuerdo con los valores de las entradas. Para optimizar el proceso de relocalización, entre las marcas proporcionadas por el primer regulador se realiza un proceso final de selección según la incertidumbre de la posición del vehículo (figura 4-11).

La elevada incertidumbre de la posición del vehículo puede provocar que la marca no sea enfocada en primera instancia. Para evitar esta circunstancia se ha previsto un pequeño movimiento de búsqueda en el entorno establecido.

## 4.5 Resultados experimentales.

En la figura 4-12 se muestra la disposición de las distintas marcas artificiales (M) empleadas en el proceso de relocalización del vehículo en el interior de la sala, el conjunto de

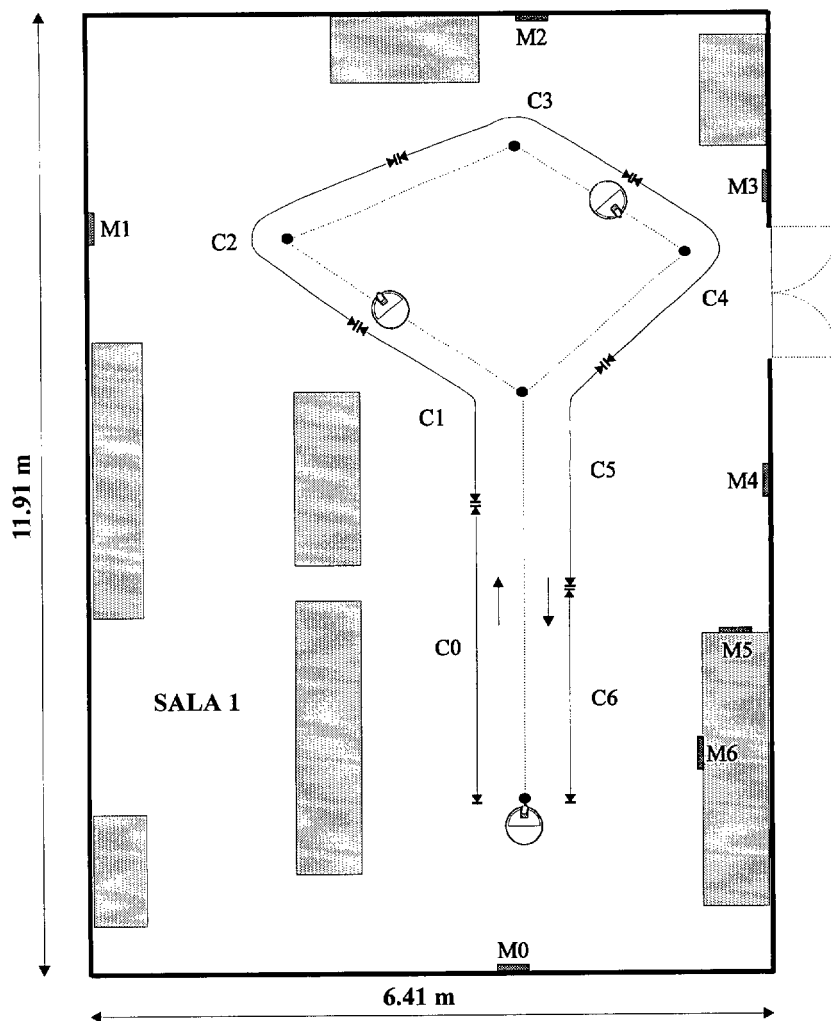


Figura 4-12. Resultados experimentales 1.

puntos objetivo proporcionados por el planificador de trayectorias, así como la trayectoria interpolada por el planificador de la percepción. La trayectoria interpolada se ha realizado considerando una distancia máxima entre las posiciones de control de  $1\text{ m}$ , que a su vez han sido agrupadas en zonas de control (C) que cubren un desplazamiento de  $3\text{ m}$ .

Partiendo del conjunto de puntos objetivo suministrados por el planificador de trayectorias, el módulo interpolador del planificador de la percepción incorpora series intermedias de puntos de control. Una vez eliminados los puntos críticos del camino, se generan siete zonas de control que agrupan los diferentes patrones que pueden ser observados con idéntica distancia focal.

Zona de Control	Marcas Visibles	Idoneidad Máxima	Segmento de Óptica
0	0, 4, 6	76% <i>marca 6</i>	1500 mm
1	4	63% <i>marca 4</i>	2500 mm
2	1, 2, 3	93% <i>marca 2</i>	2500 mm
3	1, 2, 3	93% <i>marca 3</i>	2500 mm
4	2, 3, 4	97% <i>marca 2</i>	2500 mm
5	4	35% <i>marca 4</i>	2500 mm
6	0, 6	41% <i>marca 0</i>	1500 mm

Tabla 4-1. Resultados del planificador de la percepción (1).

La actuación del planificador de la percepción se concreta en la tabla 4-1. En ella se indican las distintas zonas de control consideradas para el camino interpolado, las distintas marcas visibles para cada zona según la numeración indicada en la figura anterior, la marca con idoneidad máxima y finalmente el segmento de óptica seleccionado para dicha área.

Zona de Control	Marca Seleccionada	Tipo de localización
0	6	Movimiento
1	4	Movimiento
3	2	Detenido
4	3	Movimiento
5	4	Movimiento
1	4	Movimiento
2	1	Detenido
4	3	Movimiento
5	4	Movimiento
6	6	Detenido

Tabla 4-2. Resultados del supervisor de la localización (1).

Los resultados de la tabla 4-2 muestran la relación de marcas seleccionadas por el supervisor de la localización para un recorrido correspondiente a dos ciclos consecutivos del camino anteriormente indicado, así como el tipo de localización efectuada dependiendo del crecimiento de la incertidumbre en la posición del vehículo.

La elección final de la marca (tabla 4-2) queda supeditada tanto a la posición actual de la plataforma orientable como a la incertidumbre en la posición del vehículo. En un caso el coste de giro puede provocar la selección de otra marca visible con coste menor que la de idoneidad

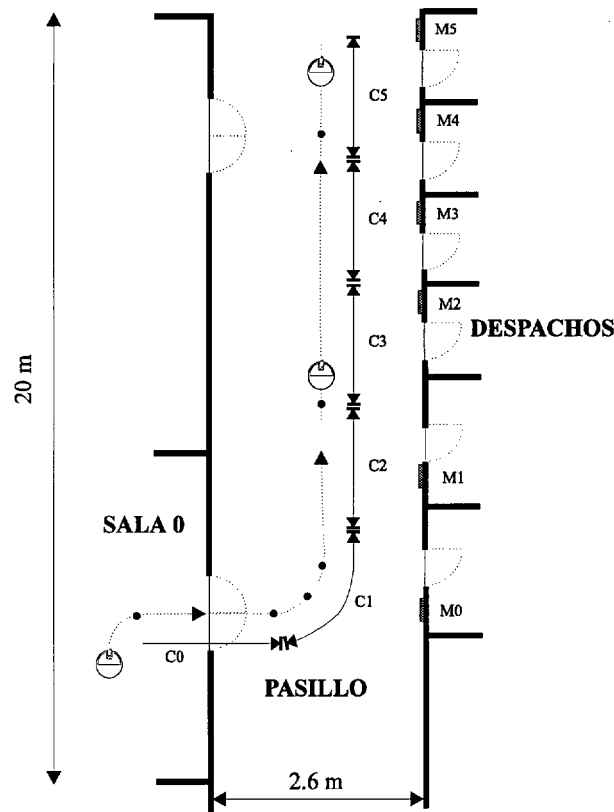


Figura 4-13. Resultados experimentales 2.

máxima (tabla 4-1), y en otro que la marca requerida por incertidumbre no coincida con la de idoneidad máxima.

En la figura 4-13 se presenta un tramo de trayectoria a lo largo de un pasillo. La relocalización en esa zona se realiza mediante marcas del entorno.

Los resultados del planificador de la percepción quedan puestos de manifiesto en la tabla 4-3.

Zona de Control	Marcas Visibles	Idoneidad Máxima	Segmento de Óptica
0	0, S-5, S-2	90% <i>marca S-7</i>	3500 mm
1	0	34% <i>marca 0</i>	1500 mm
2	1	80% <i>marca 4</i>	1500 mm
3	2	41% <i>marca 5</i>	1500 mm
4	3	75% <i>marca 4</i>	1500 mm
5	4	76% <i>marca 0</i>	1500 mm

Tabla 4-3. Resultados del planificador de la percepción (2).

La zona de control 0 de la tabla anterior comprende un tramo de trayectoria perteneciente a la sala 0 (figura 4-12), por ello dicha zona agrupa un mayor número de marcas visibles. Las marcas S-7 y S-4 están situadas en esta sala.

La disposición de las marcas en el entorno de trabajo provoca que para el caso de zonas de control de 3 m de longitud, el número de marcas disponibles para cada tramo sea inferior. La discretización de la trayectoria puede provocar la existencia de marcas con idoneidades aparentemente más pequeñas.

Todas las marcas del entorno presentan una misma orientación relativa, ortogonal respecto al eje del pasillo. Como consecuencia, no se puede realizar una selección óptima según el crecimiento de la incertidumbre en la posición del vehículo, carencia que se compensa con la utilización del método de localización basado en sensores de ultrasonidos que se discutirá en el capítulo 6.

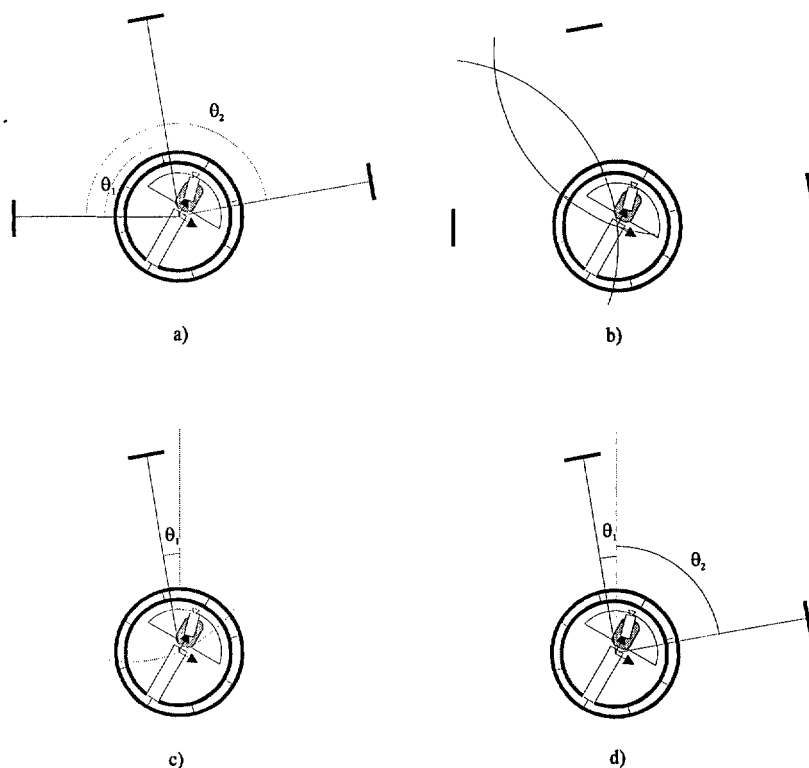


## Localización mediante marcas.

---

### 5.1 Introducción.

Uno de los principales objetivos en el desarrollo de sistemas robotizados es la implementación de una monitorización continua de la posición del robot, es decir, la determinación de su posición y orientación durante el movimiento respecto a un sistema de referencia absoluto. La mayoría de los robots móviles llevan incorporado un sistema odométrico que realiza esta tarea, cuyo principal inconveniente, como se vio en capítulos anteriores, es la acumulación de error a lo largo de la trayectoria, que hace preciso desarrollar un sistema que permita corregir la posición, bien de forma periódica o en determinados puntos críticos del camino.



**Figura 5-1. Relocalización mediante marcas.**

**a) ángulos respecto a dos o más marcas, b) distancia respecto a dos o más marcas, c) ángulo y distancia respecto a una marca, d) ángulos relativos entre marcas.**

---

Una de las alternativas utilizadas para corregir la posición del robot móvil se basa en la utilización de marcas. La idea principal es proporcionar al sistema, a través de las distintas marcas empleadas, la información necesaria para poder corregir la posición y orientación. Dicha información está asociada a la medición tanto de los ángulos *pan* y *tilt* como de la distancia a la marca. La situación de dichas marcas en el entorno exige la existencia de un mapa (base de datos) que contenga su posición respecto del sistema de referencia absoluto que se esté utilizando, para determinar la posición y orientación relativa del robot móvil respecto a dichos objetos y al sistema de referencia absoluto.

Las diversas maneras que hay de relocalizarse mediante triangulación derivan de la navegación marina, y son (figura 5-1):

- Ángulos respecto a dos o más marcas.
- Distancia respecto a dos o más marcas.



- Ángulo y distancia respecto a una marca.
- Ángulos relativos entre marcas.

Para poder determinar la posición y orientación del vehículo es preciso conocer la ubicación de las marcas empleadas en el proceso de localización, los parámetros de calibración asociados al sistema de visión empleado y los movimientos de la cámara necesarios para la adquisición de la imagen.

## **5.2 Relocalización mediante marcas.**

En el caso particular de la presente tesis se ha desarrollado un sistema de localización basado en el uso conjunto de marcas artificiales y del entorno:

- considerando el predominio en los entornos interiores de las líneas rectas, se ha elegido el uso de marcas artificiales circulares, sin embargo a diferencia del método descrito en [GarMas92] no se impondrán las condiciones de que la marca esté a la misma altura que la cámara y de que el eje óptico pase por el centro de la circunferencia.
- como marcas del entorno se han seleccionado los distintivos que presentan todas las salas y despachos (marcas rectangulares), que indican el área del edificio y el nombre de la persona que lo ocupa.

La solución adoptada en ambos casos se basa en la obtención de los ángulos de visión respecto a las marcas, mediante la detección de las características particulares de cada tipo de marca en el proceso de reconocimiento del modelo en la imagen.

### **5.2 1 Detección de las marcas circulares.**

El algoritmo empleado se encuentra basado en la correlación normalizada para imágenes en escala de grises, método habitualmente utilizado en la industria para el reconocimiento de patrones.

### 5.2.1 1 Correlación normalizada.

El funcionamiento de la correlación normalizada puede considerarse semejante al de la convolución, donde el patrón modelo se correspondería con el núcleo de la convolución. La expresión matemática que define la correlación entre dos funciones  $I(x)$  (imagen adquirida por el sistema de visión artificial) y  $M(x)$  (modelo de la marca, almacenado en la memoria del computador) es:

$$r(x, y) = I(x, y) \circ M(x, y) = \sum_{i=0}^{i=N} \sum_{j=0}^{j=N} M^*(i, j) I(x + i, y + j) \quad (5.1)$$

Una vez evaluada la función de correlación sobre nuestra imagen, se tienen una serie de máximos asociados a las coincidencias del modelo encontradas sobre ella; a continuación será preciso aplicar un algoritmo de búsqueda para determinar la posición en pixels de la imagen de dichos objetos.

Desafortunadamente, la correlación ordinaria (5.1), presenta como principal inconveniente, el crecimiento de resultados (coincidencias en la imagen) con el aumento de brillo en la imagen, llegando a proporcionar coincidencias incluso con una imagen totalmente en blanco.

Para evitar estos resultados erróneos será preciso utilizar una expresión más compleja, la correlación normalizada, cuya definición matemática es:

$$r(x, y) = \frac{\sum_i \sum_j (M(x + i, y + i) - \bar{M})(I(i, j) - \bar{I})}{\sqrt{\sum_i \sum_j (M(x + i, y + i) - \bar{M})^2 \sum_i \sum_j (I(i, j) - \bar{I})^2}} \quad (5.2)$$

Esta expresión presenta como ventaja que el resultado no se ve afectado por cambios lineales (ganancia y offset) en la imagen o en los valores de los pixels del modelo. Devuelve un 1 cuando el modelo coincide exactamente con su aparición en la imagen y un 0 cuando no se produce correlación.

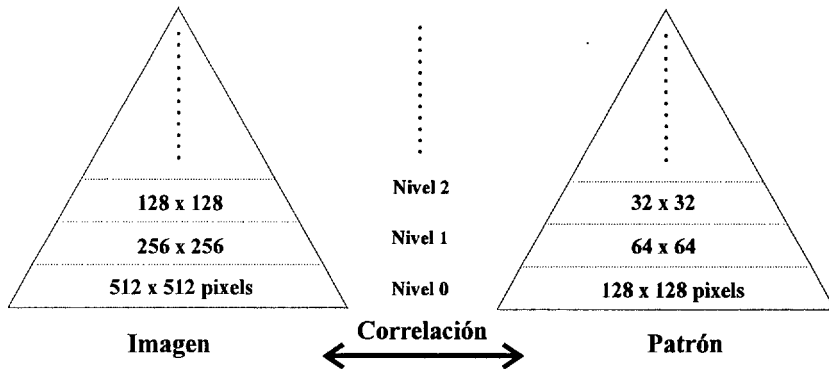


Figura 5-2. Estructura piramidal empleada en la búsqueda jerarquizada.

Finalmente el resultado es convertido a un porcentaje:

$$valor = \max(r, 0)^2 * 100\% \quad (5.3)$$

donde el 100% significará una coincidencia perfecta del modelo en la imagen.

Es importante tener en cuenta que de los distintos términos que aparecen en la expresión 5.2, muchos dependen exclusivamente del modelo. Por ello pueden ser evaluados cuando el modelo es definido, y no es preciso recalcularlos a posteriori.

Para el caso de tener un modelo de 128x128 pixels y realizar la búsqueda en una imagen de 512x512 pixels, precisaríamos del orden de  $512^2 \times 128^2$  multiplicaciones, con el hardware empleado se requieren del orden de 100 milisegundos para obtener el resultado [Mat96].

#### 5.2.1.2 Búsqueda jerarquizada.

Una forma de reducir el número de operaciones es realizar una búsqueda jerarquizada del modelo, consistente en practicar una disminución en la resolución de la imagen y del modelo, según una estructura de forma piramidal.

Cada nivel de la pirámide presenta una imagen y un modelo con la mitad de resolución que el nivel anterior. Si utilizamos el caso del apartado anterior, en el nivel 0 tendríamos una imagen de 512x512 pixels y un modelo de 128x128 pixels, en el nivel 1 una imagen de 256x256 pixels y un modelo de 64x64 pixels y así sucesivamente.

La elección del nivel de búsqueda se realiza vía software y depende principalmente del tamaño del modelo seleccionado así como de las características particulares que presente el objeto en su forma.

Supongamos que se elige el nivel 4 de búsqueda. Se tendría una imagen de 32x32 pixels y un modelo de 8x8 pixels, luego la reducción del número de operaciones según se asciende de nivel es proporcional a 16. Por lo tanto, lo deseable será comenzar el proceso de búsqueda en el nivel más alto posible que nos permita nuestro modelo.

#### **5.2.1.3 Precisión sub-pixel.**

La precisión en el proceso de búsqueda depende de varios factores, entre los que destacan básicamente el posible ruido en la imagen, y la forma particular que presente el modelo empleado.

El límite de precisión se encuentra impuesto por el algoritmo de búsqueda, y por la resolución asociada al número de bits empleados en el proceso, resultando del orden de 0.05 pixels en el mejor de los casos. En una aplicación real, la precisión alcanzada es del orden de 0.1 pixels en el caso de comenzar el proceso de búsqueda en el nivel 0 de la estructura piramidal comentada en el apartado anterior. Según se suba de nivel, se aumenta la velocidad de ejecución del algoritmo pero se pierde precisión en los resultados obtenidos.

#### **5.2.1.4 Localización de la marca.**

Una vez aplicada la correlación normalizada sobre la imagen, será preciso emplear un algoritmo de búsqueda para analizar los diferentes picos relacionados con las coincidencias encontradas. Para ello se utiliza la conversión a porcentaje (5.3), que proporciona un margen de confianza asociado a dicha ocurrencia. Se establece un umbral de selección que permite limitar el número de apariciones a tener en cuenta durante el proceso de búsqueda, mejorando el tiempo de procesamiento de la imagen.

La selección del umbral de aceptación depende básicamente de la calidad de la imagen analizada (ruido, distorsiones, etc.). Se ha comprobado de forma experimental que ocurrencias con porcentajes superiores al 70% indican apariciones de nuestro modelo en la imagen capturada con un nivel de acierto próximo al 98%. Si se obtienen valores inferiores al 70 % el sistema considera no identificada la marca en la imagen.

En caso de presentarse el modelo en la imagen el siguiente paso consiste en determinar la posición de su centro de gravedad en coordenadas de la imagen ( $u_c$ ,  $v_c$ ), para posteriormente realizar el cálculo de los ángulos pan y tilt de visión:

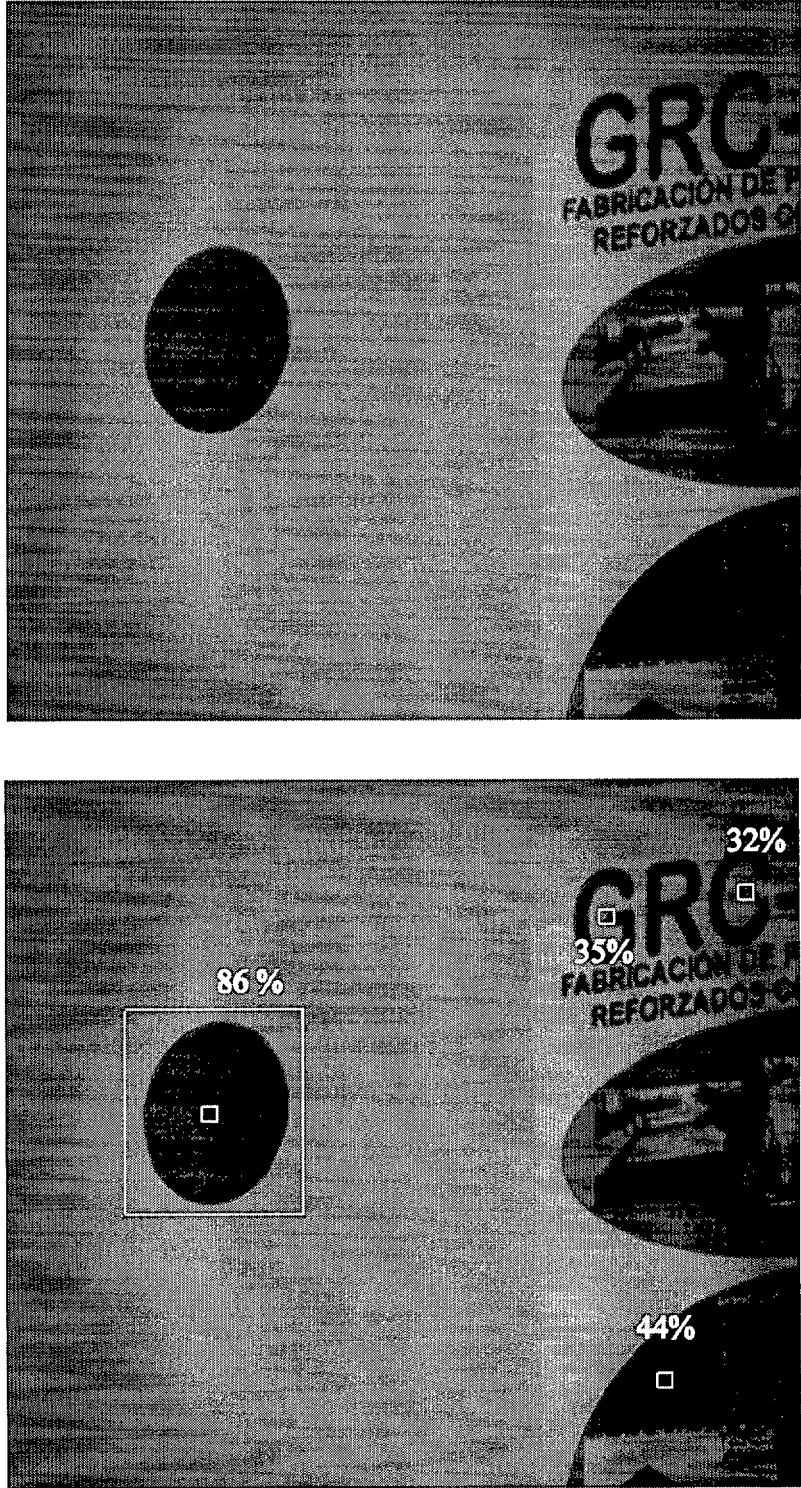
$$\varphi_{pan} = \arctg \frac{d_{px} (\bar{C}_x - u_c)}{f} \quad \varphi_{tilt} = \arctg \frac{d_{py} (v_c - \bar{C}_y)}{f} \quad (5.4)$$

donde  $f$  es la distancia focal empleada en la adquisición de la imagen,  $d_{px}$ ,  $d_{py}$ , son los tamaños efectivos del pixel en una línea muestreada en la direcciones x e y, y  $(\bar{C}_x, \bar{C}_y)$  las coordenadas del centro de imagen obtenidos durante el proceso de calibración del sistema de visión artificial (capítulo 3).

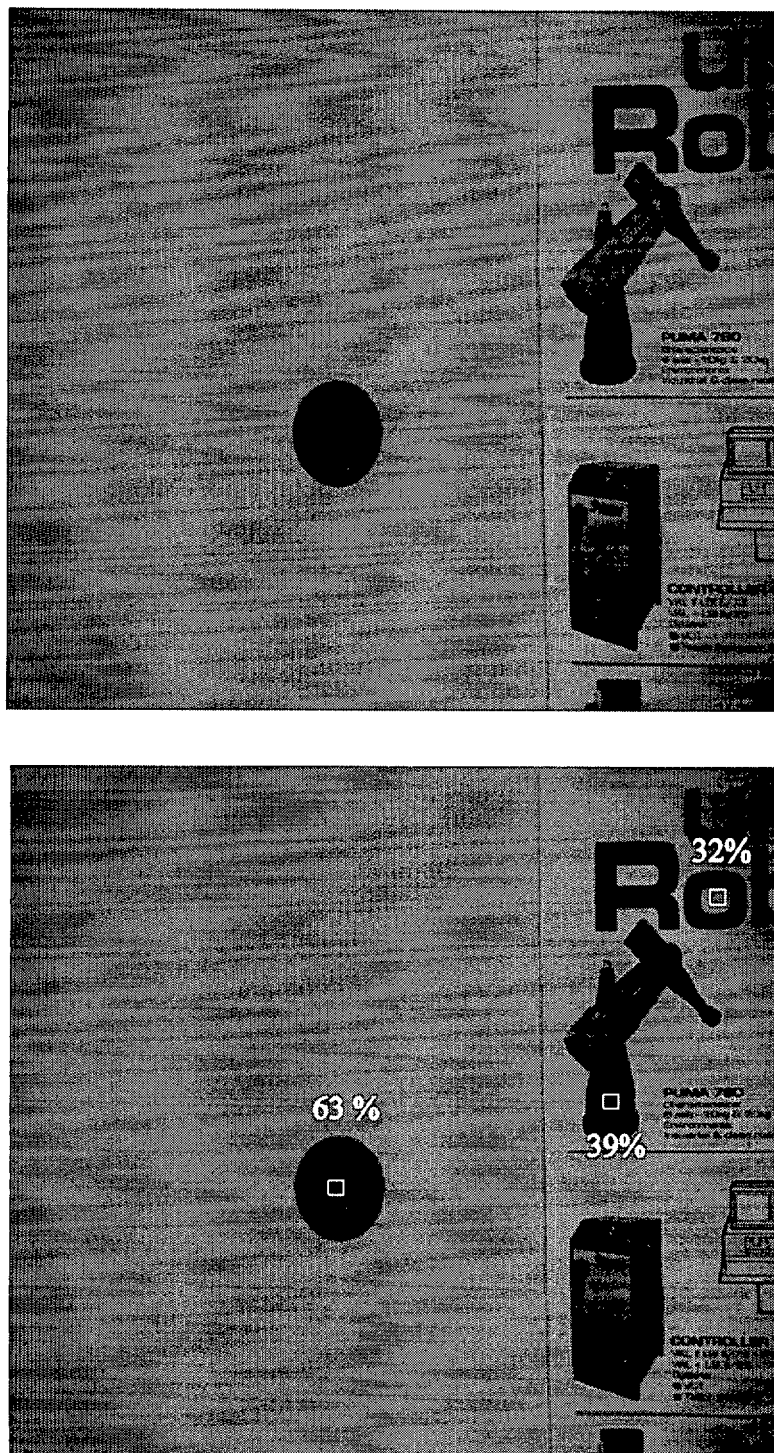
### 5.2.2 Marcas pertenecientes al entorno.

Los entornos creados por el hombre (entornos industriales, urbanos, interiores de edificios, etc.) se caracterizan por ser altamente estructurados, es decir, los elementos que los constituyen suelen seguir distintas reglas geométricas, siendo el contorno recto el elemento básico en la representación y diseño de escenas y entornos contruidos por el hombre.

El principal problema asociado al uso de marcas naturales en el proceso de localización de robots móviles está relacionado con el reconocimiento y posterior contraste de las características de la marca en atención a la información procedente de los sensores. Si se considera que tradicionalmente las marcas naturales empleadas se encuentran basadas en los bordes verticales, asociados con puertas, ventanas, esquinas, etc., el medio más indicado para su obtención y tratamiento será la visión por computador.



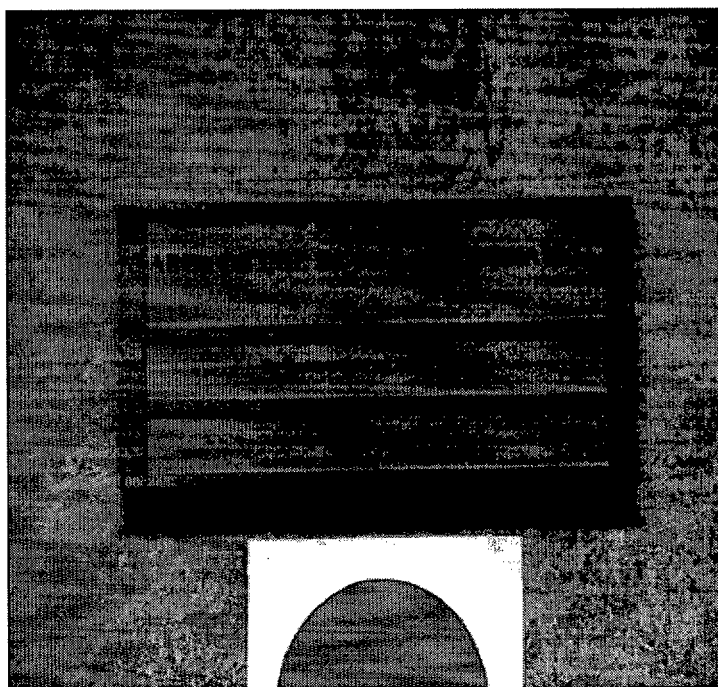
**Figura 5-3. Detección Marcas Circulares.**  
a) Imagen Original, b) Resultados Correlación Normalizada.



**Figura 5-4. Detección Marcas Circulares.**  
**a) Imagen Original, b) Resultados Correlación Normalizada.**

En visión artificial, los contornos se corresponden habitualmente con los límites de los objetos de la escena, que se encuentran asociados a discontinuidades locales de alguna propiedad de la imagen, normalmente la intensidad luminosa. Los contornos se caracterizan por ser muy robustos frente a degradaciones en la calidad de la imagen, siendo su descripción de gran firmeza frente a posibles oclusiones parciales. Además, será preciso tener en cuenta que los detectores de contornos se encuentran muy perfeccionados, y ofrecen una gran precisión y capacidad de detección.

En la mayoría de los casos, los contornos en la imagen se corresponden con los bordes y límites de los objetos en la escena. En procesos de reconocimiento esta correspondencia es primordial. También lo es disponer de los modelos previos a percibir, que pueden tener una complejidad y precisión de diferente nivel en función de la aplicación. Para relacionar contornos en una imagen es necesario distinguir la naturaleza de dichos contornos [Faug93], ya sean debidos a variaciones de intensidad en la imagen provenientes de los contornos de los objetos, de sombras, de cambios de la textura en la superficie, etc.



**Figura 5-5. Marcas rectangulares utilizadas en el proceso de localización.**

---



En el presente trabajo, se han seleccionado como marcas del entorno los distintivos que presentan todas las salas y despachos pertenecientes al entorno de trabajo del vehículo, y que indican el área del edificio y el nombre de la persona que lo ocupa (figura 5-5).

### 5.2.2.1 Detección de la marca.

El algoritmo desarrollado para la detección de las marcas rectangulares consta de los pasos indicados en la figura 5-6. Básicamente el proceso se encuentra agrupado en dos fases principales:

- En primera instancia se intentan eliminar de la imagen todos los elementos adicionales que dificultan su identificación, principalmente el fondo de pared sobre el que se encuentran dispuestas las marcas y demás objetos que pudieran aparecer en la escena, con la finalidad de simplificar el tratamiento posterior.
- Una vez alcanzada la calidad de imagen precisa, se realiza un análisis de forma geométrica que permitirá determinar si entre los objetos presentes en la escena se encuentra la marca rectangular, para lo cual será necesario tener en cuenta la posición estimada de la cámara de

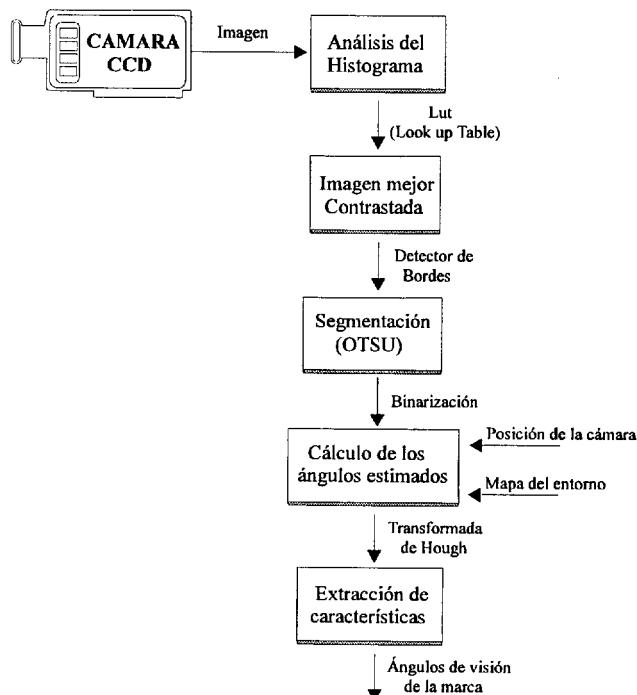


Figura 5-6. Algoritmo para la detección de la marca.

vídeo respecto del sistema de coordenadas del robot, y la información del mapa del entorno (base de datos de las marcas empleadas) que permitirá estimar los ángulos de las rectas que conforman la marca.

#### 5.2.2.2 Escalado de la imagen.

El procesamiento de la imagen que se pretende realizar presenta como finalidad la mejora en la calidad de la imagen, tratando de eliminar determinadas características relacionadas con el fondo sobre el que se encuentra dispuesta la marca a identificar.

La necesidad de mejorar el contraste de la imagen, distanciando más los valores de los pixels (niveles de gris), está condicionada principalmente por la dificultad que supone obtener una iluminación uniforme en entornos naturales (en los que se trabaja con la iluminación existente en la zona), y por la posible falta de linealidad entre la luz de entrada y la imagen resultante.

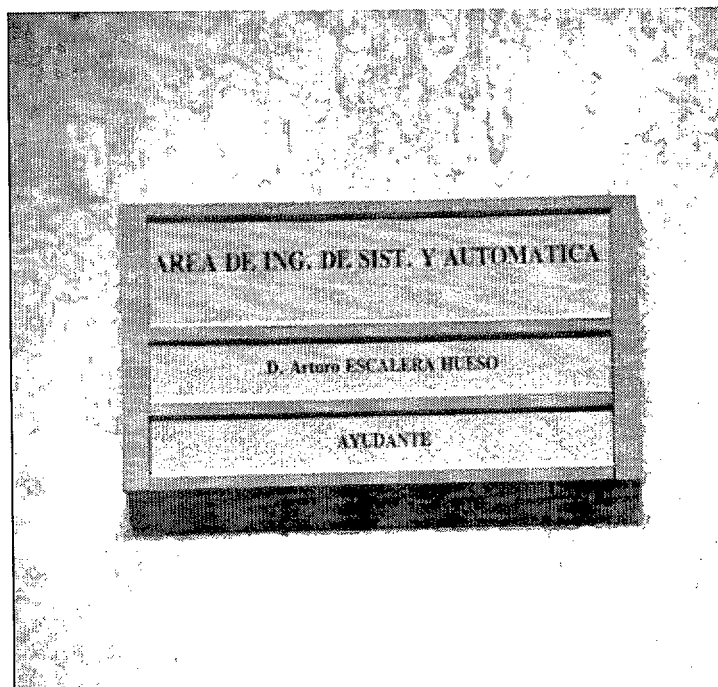


Figura 5-7. Escalado de la imagen.

En el proceso de escalado, se pretende aplicar sobre la imagen original una función que produzca una nueva imagen que cubra todo el conjunto de valores posibles (cuantificación de los niveles de gris de la imagen). Para el caso más general, donde  $a$  y  $b$  son los valores mínimo y máximo obtenidos a través del análisis del histograma de intensidad, la función resultante tendrá por expresión:

$$y = T(x) = \begin{cases} \alpha x & 0 \leq x \leq a \\ \beta(x - a) + y_a & a \leq x \leq b \\ \gamma(x - b) + y_b & b \leq x \leq L \end{cases} \quad (5.5)$$

siendo  $y_a$ ,  $y_b$  los intervalos de ganancia y  $x$  e  $y$  los niveles de gris de los pixels de la imagen original y resultante. Con esta operación se resaltan los niveles de gris pertenecientes a la marca que se desea identificar en la imagen (figura 5-7).

### 5.2.2.3 Detección de bordes.

Las técnicas empleadas en la detección de bordes tienen por objeto la determinación de los puntos en los que se produce una variación de intensidad, empleándose para ello métodos basados en los operadores derivada. El procedimiento consiste en el agrupamiento de los pixels contiguos en regiones de similar dirección de gradiente, siempre que su magnitud supere un determinado umbral.

Las máscaras usadas en la extracción del gradiente se pueden seleccionar en función del detalle requerido. Máscaras grandes tienden a suavizar la imagen y a reducir la claridad de los detalles finos. Máscaras pequeñas pueden generar medidas ruidosas y provocar partición de las regiones. Los detectores de contornos más populares son el cruce por cero de la convolución de la imagen con la Laplaciana de una gaussiana, usando diferentes resoluciones espaciales, y la detección del máximo del gradiente según la dirección del gradiente usando la derivada primera de una gaussiana para filtrar la imagen. En general, se consideran como contornos los puntos donde el gradiente de intensidad es máximo, según la dirección del gradiente. Por tanto, en esos puntos la variación direccional del gradiente debe ser nula, de forma que se tiene:

$$\Lambda = \frac{d\left(\sqrt{E_x^2 + E_y^2}\right)}{dn} = \frac{\frac{\partial\left(\sqrt{E_x^2 + E_y^2}\right)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial\left(\sqrt{E_x^2 + E_y^2}\right)}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n}}{dn} = 0 \quad (5.6)$$

siendo  $n$  la dirección del gradiente de intensidad ( $E_x$ ,  $E_y$ ) (los subíndices indican derivadas direccionales).

En primera instancia se persigue la búsqueda de los bordes verticales al no depender del punto de vista que presente la cámara de vídeo respecto de la marca.

Como resultado de la aplicación del operador (detector vertical de bordes), obtendremos una imagen  $c(i,j)$  (figura 5-8):

$$c(i,j) = p(i,j) * S_1 \quad (5.7)$$

siendo  $S_1$ :

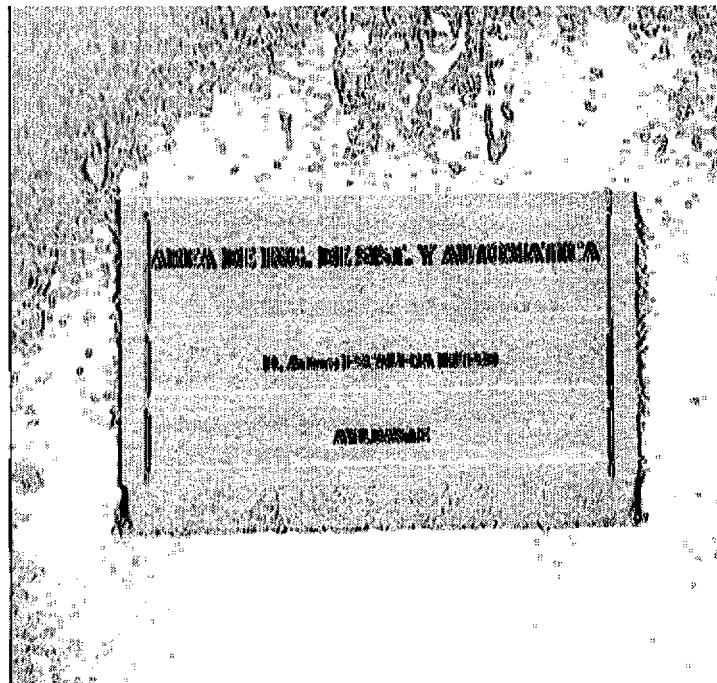


Figura 5-8. Detección de los bordes de la marca.

$$S_1 = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

#### 5.2.2.4 Segmentación.

El objetivo de la etapa de segmentación es separar los objetos presentes en la escena del medio en el que se encuentran y distinguirlos entre sí. Una vez aplicado el detector de bordes, se pretende convertir la imagen en escala de grises a una nueva imagen binaria, de manera que los bordes de los objetos queden separados del fondo. El procedimiento consiste en agrupar pixels en regiones de similar dirección del gradiente, siempre que su magnitud supere un determinado umbral. El problema radica en la selección de un umbral  $t$  que permita separar el histograma de intensidad en dos partes claramente diferenciadas.

El valor de umbral  $t$  permitirá determinar la varianza para los intervalos asociados a los niveles de gris menores o iguales, y para los mayores a  $t$ . En el presente trabajo se ha optado por emplear el método de Otsu [HarSha92] para obtener el mejor umbral. La determinación del umbral se realiza a través de una búsqueda secuencial en todos los posibles valores de  $t$ , seleccionando como mejor umbral aquel valor que minimiza  $\sigma_w^2(t)$ :

$$\sigma_w^2(t) = q_1(t)\sigma_1^2(t) + q_2(t)\sigma_2^2(t) \quad (5.9)$$

siendo:

$$q_1(t) = \sum_{i=1}^t P(i) \quad q_2(t) = \sum_{i=t+1}^I P(i) \quad (5.10)$$

las sumas de las probabilidades del histograma de los distintos niveles de gris para cada uno de los intervalos, y:

$$\begin{aligned} \mu_1(t) &= \sum_{i=1}^t i \frac{P(i)}{q_1(t)} & \mu_2(t) &= \sum_{i=t+1}^I i \frac{P(i)}{q_2(t)} \\ \sigma_1^2 &= \sum_{i=1}^t [i - \mu_1(t)]^2 \frac{P(i)}{q_1(t)} & \sigma_2^2 &= \sum_{i=t+1}^I [i - \mu_2(t)]^2 \frac{P(i)}{q_2(t)} \end{aligned} \quad (5.11)$$

las varianzas para cada uno de los grupos.

Como resultado del proceso de binarización se obtiene la figura 5-9, en la que se aprecia un realce de los bordes verticales de los objetos que aparecen en la escena.

Una vez que se ha obtenido la imagen de los puntos de los contornos, es necesario asociarlos y unirlos para formar elementos de más alto nivel, para así poder representar, clasificar y manejar la información de la visión. La técnica más conocida para unir puntos de contorno en características de tipo recta es la transformada de Hough [PriIIIKit90].

La transformada de Hough permite la detección de rectas y curvas siempre que puedan ser descritas de forma paramétrica. Particularizando para el caso de las rectas, se trata de determinar máximos locales en un espacio paramétrico obtenido tras un proceso de valoración de posibles líneas sobre el conjunto de puntos de contorno de la imagen. Se ha implementado una transformada de Hough adaptativa, que aplica el algoritmo sobre un espacio de búsqueda reducido, mostrándose muy eficiente en el uso de memoria y con grandes mejoras en cuanto al

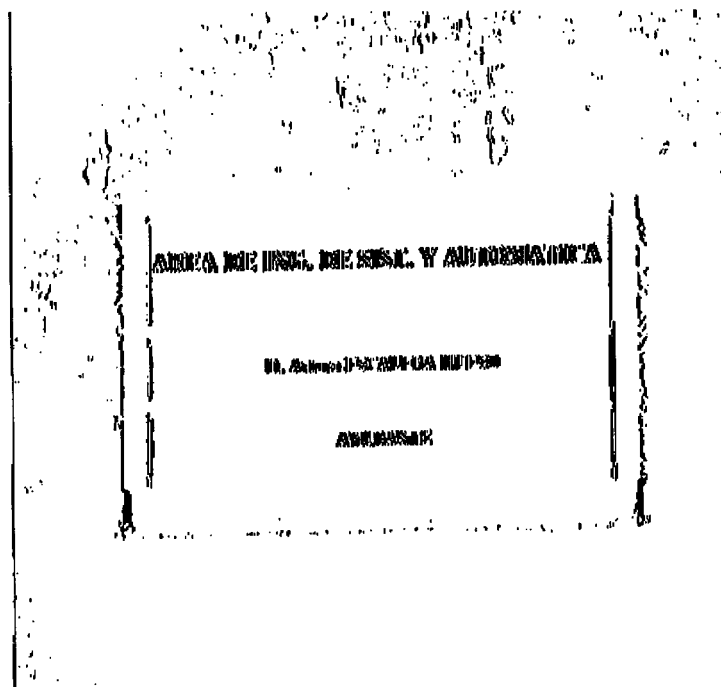


Figura 5-9. Imagen binarizada aplicando el método de Otsu.

tiempo de cómputo.

La selección del espacio de búsqueda reducido se realiza a través de la información proporcionada por el sistema odométrico (posición del robot móvil), y la matriz de incertidumbre de la posición  $P_k$ , que junto con el mapa del entorno (base de datos que comprende la posición y orientación de las distintas marcas empleadas durante el proceso de localización), permitirá poder determinar la distancia focal de la óptica motorizada, y los ángulos de giro (pan y tilt) que deberá efectuar la plataforma orientable para capturar la escena.

### **5.2.2.5 Reconocimiento de la marca.**

A partir de las características encontradas en las etapas previas y del conocimiento a priori que se posee de los objetos que pueden aparecer en la escena, el sistema debe determinar la presencia de la marca en la imagen.

En el presente trabajo se ha optado por utilizar un método determinista basado en la distancia euclídea, considerando el conocimiento previo que se posee de la marca (forma, tamaño, elementos que la conforman, etc.). En la práctica se suponen unos valores nominales asociados a las características geométricas que definen la marca (distancias entre contornos). Estos valores se verán corregidos según el ángulo de visión estimado en el proceso previo, y se tratarán de emparejar con las rectas obtenidas en la imagen. Se ha de considerar que las restricciones geométricas son válidas sólo localmente y que se pueden imponer únicamente de forma heurística.

El emparejamiento entre los contornos se realiza a través de una función de observación basada en la distancia euclídea entre dos rectas  $R_1$  y  $R_2$ :

$$D_{E-O}(R_1, R_2) = |\rho_1 - \rho_2| \quad (5.12)$$

siendo  $\rho_1$  y  $\rho_2$  la distancia de cada recta al sistema de referencia de la imagen (con origen el centro de la imagen). Estos valores son obtenidos por la aplicación la transformada de Hough

(parametrización de la recta). Además, se debe considerar que la identificación de la marca se encuentra supeditada al emparejamiento de los cuatro contornos verticales que la definen.

En el caso de producirse varios emparejamientos, se ha definido una medida del error cometido entre las distancias estimadas y observadas para los diferentes contornos:

$$E = \sum_{i=1}^4 (D_{E-E} - D_{E-O})^2 \quad (5.13)$$

que permite seleccionar como mejor coincidencia aquella aparición que minimiza la expresión anterior.

Una vez seleccionados los contornos que conforman la marca buscada, el sistema se encuentra en disposición de poder obtener el ángulo de observación *pan*, a partir del conocimiento del centro de gravedad que posee la marca según el eje x :

$$u_c = \frac{\sum_{i=1}^{n^o \text{ cont}} \rho_i}{n^o \text{ contornos}} \quad (5.14)$$

### 5.3 Estimación óptima de la localización.

La localización del robot se puede obtener a partir del conocimiento previo que se tiene de la posición de las marcas y los ángulos resultantes de la percepción de las mismas. A partir de la detección de dos marcas la posición se obtiene calculando la intersección entre dos rectas que pasen por el centro de las marcas y cuyas tangentes son las de los ángulos obtenidos. Sin embargo este método de localización presenta varios inconvenientes:

- Si en lugar de detectar dos son tres las marcas percibidas se obtienen tres posibles puntos en los que puede encontrarse el robot.
- No plantea la utilización de la información proveniente de la odometría.
- La influencia de observaciones falsas provoca grandes errores en la localización.

Por ello será preciso emplear algún método para *integrar la información* proveniente de la odometría y las marcas (ángulos de desenfoque *pan* y *tilt*), que permita estimar mejor la



posición y orientación del robot corrigiendo los errores inherentes a todo sistema odométrico y rechazar las medidas que se consideren falsas.

### **5.3.1 Estimación de la posición. Incertidumbre geométrica.**

Se denominará *incertidumbre geométrica* a la imprecisión en el conocimiento de la localización del robot móvil, respecto al sistema de referencia dado. Cada componente proporciona una información parcial e imprecisa sobre la localización del robot. Para completar la información de localización en todos los grados de libertad y reducir la incertidumbre geométrica, hay que integrar observaciones procedentes de diversos sensores. Para ello es preciso un modelo de representación de la incertidumbre y un método de integración que permita manejar dicha representación.

Al integrar la información geométrica se plantea el problema de obtener una estimación de la localización del robot a partir de un conjunto de observaciones parciales e imprecisas. Las técnicas de *estimación óptima* permiten calcular la mejor estimación del valor de una variable, minimizando un cierto criterio de coste.

### **5.3.2 Estimación de sistemas dinámicos lineales. Filtro de Kalman.**

El filtro de Kalman es un método recursivo que permite obtener una estimación lineal de mínima varianza del estado de un sistema dinámico lineal, partiendo de observaciones imprecisas, bajo la hipótesis de gaussianidad de los errores. El término filtro indica que el estado del sistema en el instante  $t_k$  se estima utilizando la información aportada por las medidas obtenidas en los instantes  $t_1$  a  $t_k$ .

El filtro de Kalman permite estimar el estado de un sistema dinámico lineal, a partir de un conjunto de medidas procedentes del mismo, considerando que tanto la dinámica del sistema como las medidas estarán sometidas a ruidos o imprecisiones [GreAn93]. Las técnicas asociadas al filtro de Kalman han sido utilizadas para resolver problemas de localización tales

como seguimiento de misiles, navegación de barcos y de vehículos autónomos. El funcionamiento del filtro de Kalman se encuentra basado en dos modelos distintos:

- Modelos de planta : describen como varía la posición del vehículo en función de las entradas de control introducidas a los motores, considerando una estimación de los errores cometidos en la odometría. Dan como resultado el estado del sistema en el instante siguiente dado el estado actual y las entradas al sistema.
- Modelos de medida: utilizan la información proveniente del sistema sensorial en términos de distancias o ángulos junto con la información de la posición real de la marcas en el entorno, con una estimación del error de medida. En general, proporcionan la salida del sistema para un estado y entradas dados.

En el caso de sistemas discretizados en el tiempo el modelo utilizado viene definido por las siguientes ecuaciones en diferencias:

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k w_k \quad \text{modelo dinámico} \quad (5.15)$$

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad \text{modelo de medida} \quad (5.16)$$

donde  $x_k$  es el vector de estado del sistema en el instante  $t_k$ ,  $z_k$  es el vector de medida,  $w_k$  el ruido de entrada y  $v_k$  el ruido de medida. Se asume que ambos ruidos son blancos, gaussianos, independientes entre sí, con media cero y covarianza conocida.

El filtro de Kalman permite obtener de forma recursiva la estimación lineal de mínima varianza del estado del sistema en un instante  $k$ , y la correspondiente covarianza del error de estimación, dado el conjunto de medidas  $Z_k = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ . El ciclo de estimación (para cada instante  $k$ ) se compone de dos fases: *predicción*, en la que se calcula una primera estimación del estado en el instante  $k$  a partir de la estimación en  $k-1$ , utilizando en modelo dinámico del sistema, y *estimación*, en la que se calcula una nueva estimación utilizando la medida obtenida en el instante  $k$ , teniendo en cuenta el modelo de medida.

La corrección realizada sobre la estimación al tratar una nueva medida es proporcional al error de predicción de la medida o *innovación*  $v_k$ , definida por:

$$v_k = z_k - \hat{z}_k \quad (5.17)$$

La covarianza del error de predicción viene dada por:

$$Cov(\hat{z}_k) = H_{k+1} P_{k+1|k} H_{k+1}^T + R_{k+1} \quad (5.18)$$

Las ecuaciones matemáticas del filtro de Kalman son:

- Predicción:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k} &= F_k \hat{x}_{k|k} \\ P_{k+1|k} &= F_k P_{k|k} F_k^T + G_k Q_k G_k^T \end{aligned} \quad (5.19)$$

- Estimación:

$$\begin{aligned} K_{k+1} &= P_{k+1|k} H_{k+1} (H_{k+1} P_{k+1|k} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \\ \hat{x}_{k+1|k+1} &= \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1} (z_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1|k}) \\ P_{k+1|k+1} &= (I - K_{k+1} H_{k+1}) P_{k+1|k} \end{aligned} \quad (5.20)$$

siendo  $K_{k+1}$  la ganancia del filtro de Kalman.

- Estimación inicial:

$$\hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0, \quad P_{0|0} = P_0 \quad (5.21)$$

Una clara limitación que presenta el filtro de Kalman es que precisa de una estimación inicial previa a la integración de la primera medida.

### 5.3.3 Estimación de sistemas dinámicos no lineales. Filtro de Kalman Extendido.

En general, la información proporcionada por los sensores geométricos no es una función lineal de la localización del robot. Las ecuaciones del filtro de Kalman, aunque desarrolladas para sistemas lineales, pueden utilizarse también para el caso de sistemas no lineales, mediante una aproximación lineal del modelo del sistema, dando lugar al filtro de Kalman extendido. Esta aproximación presenta dos limitaciones:

- Aun en el caso gaussiano, el filtro de Kalman extendido es un estimador subóptimo, es decir, los valores estimados que se obtienen son aproximaciones de la media condicional y la covarianza del error que corresponderían a la estimación óptima de mínima varianza. Para

mejorar la estimación obtenida se puede iterar el filtro, linealizando las ecuaciones del sistema en el entorno de las nuevas estimaciones.

- En el caso de sistemas no lineales, puede haber óptimos locales distintos del óptimo global. Para conseguir que la estimación converja hacia el óptimo global habrá que utilizar una estimación inicial adecuada como semilla para el proceso de linealización.

La linealización de las funciones se realiza sobre una trayectoria estimada por el propio filtro, que depende del muestreo de medidas realizado. Por esta razón, la secuencia de la ganancia, no está predeterminada por el modelo del proceso como ocurría en el filtro de Kalman estándar.

El modelo de medida empleado habitualmente en el filtro de Kalman extendido es el siguiente:

$$z_k = h_k(x) + v_k \quad v_k \sim N(0, R_k) \quad (5.22)$$

donde  $h_k$  es una función no lineal del estado, que se puede linealizar en el entorno de una estimación  $\hat{x}_k$  utilizando los dos primeros términos del desarrollo en serie de Taylor:

$$h_k(x) \approx h_k(\hat{x}_k) + \left. \frac{\partial h_k(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k} (x - \hat{x}_k) \quad (5.23)$$

La ecuación de medida linealizada queda:

$$\begin{aligned} z_k - h_k(\hat{x}_k) + H_k \hat{x}_k &= H_k x + v_k \\ H_k &= \left. \frac{\partial h_k(x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k} \\ h_k &= h_k(\hat{x}_k) \end{aligned} \quad (5.24)$$

Si la estimación obtenida está próxima a la estimación utilizada para linealizar  $\hat{x}_k$ , la aproximación lineal puede considerarse buena. En caso contrario, la solución puede mejorarse relinealizando  $h_k$  en el entorno de la nueva estimación, lo que da lugar al filtro de Kalman extendido iterado.

### 5.3.4 Convergencia del filtro.

Las principales razones que provocan problemas de convergencia del proceso de filtrado son las siguientes:

- Errores de redondeo asociados a todo proceso numérico cuando el número de pasos es elevado. Si el sistema es observable y el ruido del proceso se aplica a todas las variables de estado, el filtro de Kalman presenta un cierto grado de estabilidad natural.
- Problemas de observabilidad asociados a variables ocultas a la vista del observador. Como resultado, si el proceso no observable es inestable, la correspondiente estimación de los errores será también inestable. Para el caso del filtro de Kalman extendido, los errores en la estimación podrían crecer de forma incontrolada, evitándose en gran parte mediante el uso de un procedimiento iterativo.

## 5.4 Aplicación al robot móvil B21.

La aplicación desarrollada en la presente tesis emplea como método de integración un filtro de Kalman extendido, que permitirá fusionar la información proveniente de la odometría y las marcas empleadas en el proceso de relocalización, para poder estimar la posición y orientación del robot móvil.

### 5.4.1 Cinemática del robot móvil.

Para poder realizar el cálculo de la posición del robot móvil será preciso conocer el modelo de la cinemática empleado. Vamos a considerar que el robot primero describe una rotación  $\Delta\Theta_1(k)$  para después realizar la traslación  $T(k)$  y por último una nueva rotación  $\Delta\Theta_2(k)$ , obteniéndose de este modo la nueva posición  $x(k+1), y(k+1), \Theta(k+1)$  (figura 5-10).

La utilización del modelo descrito permite realizar una aproximación diferencial a la trayectoria real seguida por el robot cometiendo un error mínimo.

Por tanto la cinemática, que constituye la función de transición de estado, puede ser descrita por el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)) + v(k) \quad v(k) \sim N(0, Q(k)) \quad (5.25)$$

siendo el ruido o perturbación  $v(k)$ , variable aleatoria normal de media 0 y matriz de covarianzas  $Q(k)$ .  $x(k) = [x_k, y_k, \Theta_k]^T$  es un vector que indica la posición que ocupa el robot móvil en el instante  $k$ , mientras que  $u(k) = u(T(k), \Delta\Theta_1(k), \Delta\Theta_2(k))$  es el vector asociado al movimiento del robot del ciclo  $k$  al  $k+1$ . La nueva posición puede describirse como una composición de tres movimientos:

$$\begin{aligned} R_1(x(k), u(k)) &= \begin{Bmatrix} x'(k) \\ y'(k) \\ \Theta'(k) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x(k) \\ y(k) \\ \Theta(k) + \Delta\Theta_1(k) \end{Bmatrix} \\ T(x'(k), u'(k)) &= \begin{Bmatrix} x''(k) \\ y''(k) \\ \Theta''(k) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x'(k) + T(k) \cos(\Theta'(k)) \\ y'(k) + T(k) \sin(\Theta'(k)) \\ \Theta'(k) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (5.26)$$

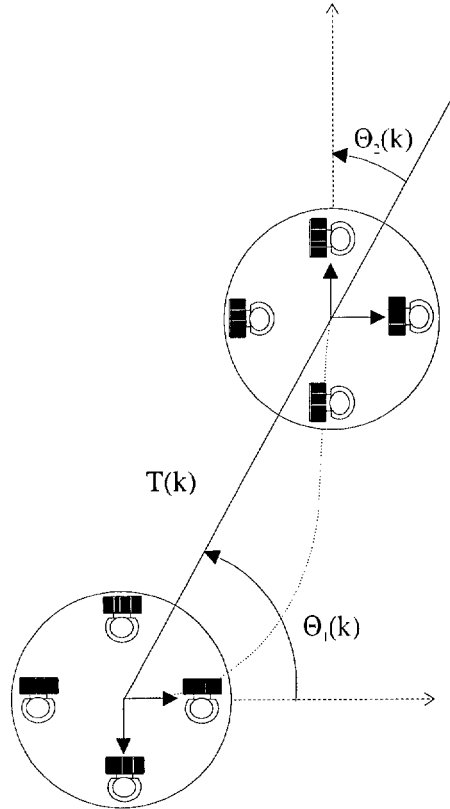


Figura 5-10. Cinemática del robot móvil.

$$R_2(x''(k), u''(k)) = \begin{Bmatrix} x''(k) \\ y''(k) \\ \Theta''(k) + \Delta\Theta_2(k) \end{Bmatrix}$$

#### 5.4.2 Ecuación de observación.

Para poder calcular la predicción de las medidas necesitamos conocer el modelo de la cámara de vídeo empleada y que relaciona el patrón de referencia y su imagen en la CCD de la cámara. El modelo considerado queda representado en la figura 5-11. La cámara de vídeo se encuentra montada en una plataforma orientable sobre el robot, que permite girar hacia la posición de los patrones. Cuando el robot pase a ocupar una nueva posición será preciso determinar los ángulos de giro  $\phi_{\text{pan}}$  y  $\phi_{\text{tilt}}$  que debe realizar la plataforma respecto a su posición en el ciclo anterior para enfocar el patrón.

La observación realizada por la cámara de vídeo de la marca se puede describir mediante la siguiente ecuación de observación no lineal:

$$z_j(k) = h_j(p_i, x(k)) + w_j(k) \quad (5.27)$$

donde  $w(k)$  es un ruido o perturbación, variable aleatoria normal de media 0 y matriz de covarianzas  $R(k)$ ;  $x(k)$  es la posición del robot y el vector  $p = (p_x p_y p_z)^T$  la posición absoluta ocupada por el patrón. La función de observación  $h(p, x(k))$  toma el valor:

$$\Phi_{\text{pan}} = \arcsen \left( \frac{y_{\text{art}} - y_{\text{pat}}}{\sqrt{(x_{\text{art}} - x_{\text{pat}})^2 + (y_{\text{art}} - y_{\text{pat}})^2}} \right) \quad (5.28)$$

$$\Phi_{\text{tilt}} = \arctg \left( \frac{z_{\text{pat}} - Cte z_{\text{pat}}}{\sqrt{(x_{\text{art}} - x_{\text{pat}})^2 + (y_{\text{art}} - y_{\text{pat}})^2}} \right) \quad (5.29)$$

Los valores  $z_1 = \phi_{\text{pan}}$  y  $z_2 = \phi_{\text{tilt}}$  indican los ángulos que debe girar la plataforma para que el eje óptico de la cámara pase por el centro del patrón. Como ya se comentó anteriormente de la imagen se obtendrán los ángulos reales que forma la marca con el eje óptico.

Debido a que las observaciones se realizan a través del sistema de visión formado por la cámara CCD y la plataforma orientable, será preciso analizar su posición respecto del sistema de referencia del robot, debiendo establecer la transformación que permite pasar del sistema de referencia del robot al de la plataforma orientable:

$$\begin{aligned}x_{pat} &= x(k) + Cte_{pat} \cos(\Theta(k) + Cte_{\Theta}) \\y_{pat} &= y(k) - Cte_{pat} \sin(\Theta(k) + Cte_{\Theta})\end{aligned}\tag{5.30}$$

siendo  $Cte_{pat}$  la distancia del origen del sistema de referencia de la plataforma respecto al sistema de referencia del robot, y  $Cte_{\Theta}$  el ángulo de desplazamiento del sistema de referencia de la plataforma respecto al sistema del robot.

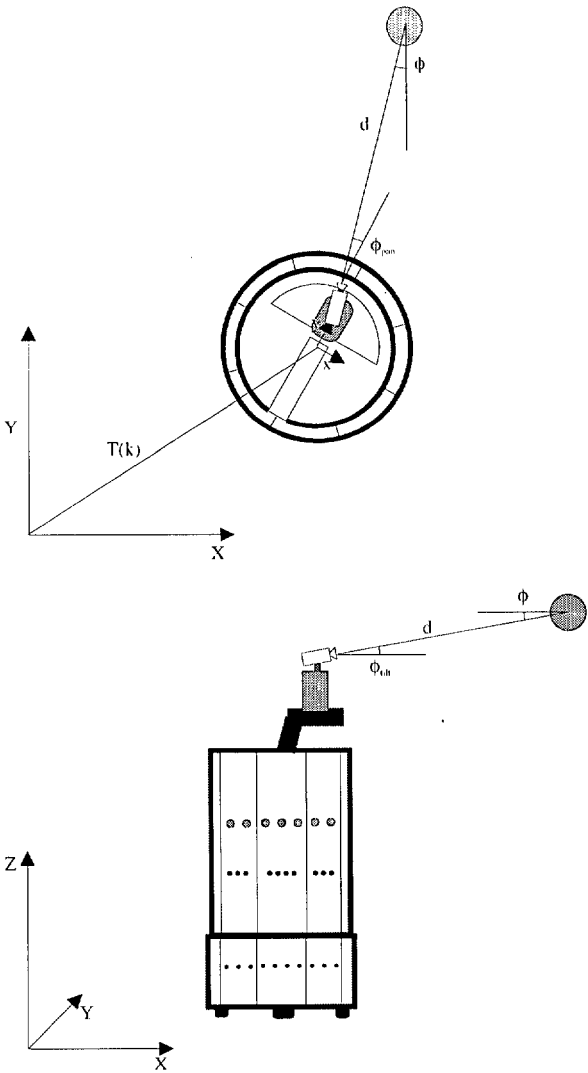


Figura 5-11. Movimiento de la plataforma orientable.



### 5.4.3 Ciclo de localización.

El algoritmo de localización consta de los siguientes pasos: predicción de la posición, predicción de medidas, observación, correspondencia y estimación (figura 5-12):

- Predicción de la posición. En función de la estimación en el instante de tiempo anterior y con los datos de la odometría se predice la posición actual del robot y la tres órdenes de control que resumen su movimiento.
- Predicción de medidas. Contando con la información de la posición de las marcas (mapa geométrico que contiene la posición y orientación de las marcas) y la posición estimada del robot se predecirá qué ángulos debe girar la plataforma para que el eje óptico de la cámara pase por el centro de las marcas.
- Observación. A partir de la información sensorial (sistema de visión artificial) se obtienen los ángulos (pan, tilt) que forman marca y cámara.
- Correspondencia. Se asigna una medida a cada objeto que en la fase de predicción de medidas se marcó como detectado, obteniéndose un valor de la innovación.
- Estimación. Se utilizan las correspondencias confirmadas entre predicciones y observaciones para calcular la estimación corregida de la posición del vehículo, con la cual se corrige la odometría.

El ciclo de localización parte del conocimiento de la posición estimada del robot móvil  $\hat{x}(k|k)$  y de su matriz de varianzas y covarianzas  $P(k|k)$  para el instante de tiempo  $k$ , que junto con la entrada de control al sistema  $u(k)$  y el conjunto de observaciones  $Z(k+1)$ , permitirá establecer una nueva estimación de la posición a posteriori  $\hat{x}(k+1|k+1)$  y de su matriz de varianzas y covarianzas  $P(k+1|k+1)$ .

Para inicializar el filtro de Kalman será preciso asumir que se tiene una estimación inicial de la localización del vehículo en el ciclo  $k$ :

$$\hat{x}(k|k) = E[x(k)|z(1), \dots, z(k)] \quad (5.31)$$

que permitirá realizar una estimación de la varianza:

$$P(k|k) = E \left[ \left[ x(k) - \hat{x}(k|k) \right] \left[ x(k) - \hat{x}(k|k) \right]^T \right] \quad (5.32)$$

siendo dicha matriz semidefinida positiva.

La correcta inicialización de la matriz de varianzas es crítica para el buen funcionamiento del filtro de Kalman extendido, como se mencionó con anterioridad.

**5.4.3.1 Predicción de la posición.**

Utilizando el modelo de la planta junto con el conocimiento de la entrada de control al sistema  $u(k)$ , se puede realizar una predicción de la nueva posición del vehículo en el instante de tiempo  $k+1$ , a través del sistema de ecuaciones no lineal:

$$\hat{x}(k+1|k) = f(\hat{x}(k|k), u(k)) \quad (5.33)$$

así como establecer la matriz de varianzas y covarianzas  $P(k+1|k)$  asociada a dicha predicción:

$$P(k+1|k) = \nabla f P(k|k) \nabla f^T + Q(k) \quad (5.34)$$

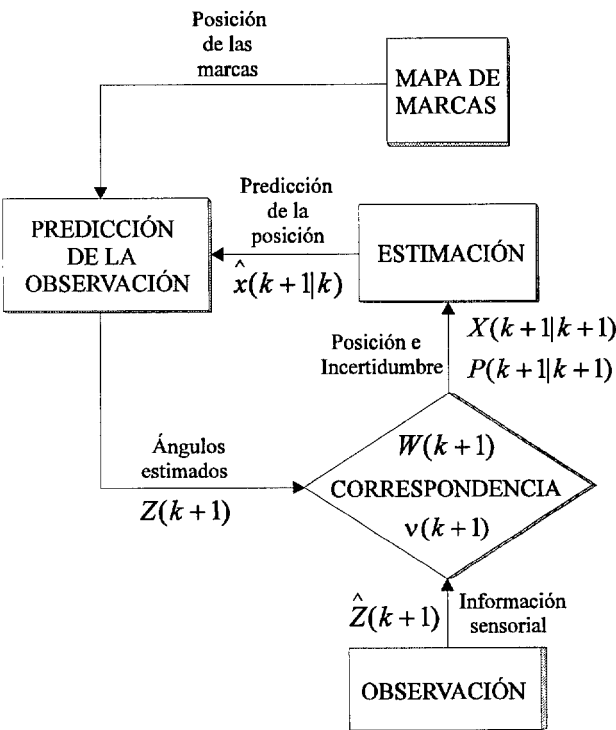


Figura 5-12. Ciclo de localización.

donde  $\nabla f$  es el jacobiano de la función de transición de estado  $f(\hat{x}(k|k), u(k))$  obtenido por linealización a partir de la última estimación del estado  $\hat{x}(k|k)$ . Debido al modelo de cinemática empleado, aparecen tres jacobianos, cuya expresión matemática es:

$$\nabla R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \nabla T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -T \sin(\Theta(k) + \Delta\Theta_1) \\ 0 & 0 & -T \cos(\Theta(k) + \Delta\Theta_1) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \nabla R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.35)$$

La actualización de la posición no es continua por lo que se debe almacenar el crecimiento de la incertidumbre que la odometría va acumulando con el movimiento del robot.

#### 5.4.3.2 Predicción de las observaciones.

El siguiente paso consistirá en obtener el conjunto de observaciones  $Z(k+1)$ , asociadas a la predicción de los ángulos de giro de la cámara de vídeo para poder encontrar la marca en el ciclo  $k+1$ , de cuyo análisis se obtendrán los parámetros de posicionamiento de la cámara de vídeo respecto al patrón. Será preciso realizar una traslación del sistema de referencia del robot al de la plataforma orientable:

$$\hat{x}(k+1|k)_{ari} = \hat{x}(k+1|k) + Cte_{pat} \cos(\Theta(k+1|k) + Cte_{\Theta}) \quad (5.36)$$

$$\hat{y}(k+1|k)_{ari} = \hat{y}(k+1|k) - Cte_{pat} \sin(\Theta(k+1|k) + Cte_{\Theta}) \quad (5.37)$$

siendo las ecuaciones que constituyen la función de observación:

$$\hat{\Phi}(k+1|k)_{pat} = \arcsen \left( \frac{\hat{y}(k+1|k)_{ari} - y_{pat}}{\sqrt{(\hat{x}(k+1|k)_{ari} - x_{pat})^2 + (\hat{y}(k+1|k)_{ari} - y_{pat})^2}} \right) \quad (5.38)$$

$$\hat{\Phi}(k+1|k)_{ill} = \arctg \left( \frac{z_{pat} - Ctez_{ari}}{\sqrt{(\hat{x}(k+1|k)_{ari} - x_{pat})^2 + (\hat{y}(k+1|k)_{ari} - y_{pat})^2}} \right) \quad (5.39)$$

### 5.4.3.3 Correspondencia.

El objetivo del procedimiento de correspondencia es establecer una asignación entre las observaciones y las estimaciones realizadas, a través del cálculo de la innovación  $v_{ij}(k)$ .

$$\begin{aligned} v_{ij}(k+1) &= \left[ z_j(k+1) - \hat{z}_j(k+1) \right] \\ &= \left[ z_j(k+1) - h_i(p_i, \hat{x}(k+1|k)) \right] \end{aligned} \quad (5.40)$$

Si la predicción y la observación no se corresponden, el valor de la innovación tenderá a infinito.

La matriz de covarianzas de la innovación se obtiene por la linealización de la expresión 5.27, quedando definida de la forma:

$$\begin{aligned} S_{ij}(k+1) &\equiv E[v_{ij}(k+1)v_{ij}^T(k+1)] \\ &= \nabla h_i P(k+1|k) \nabla h_i^T + R_i(k+1) \end{aligned} \quad (5.41)$$

donde se incorpora el jacobiano de la matriz de observación.

Para obtener el jacobiano de la matriz de observación, se tiene en cuenta que:

$$y(x) = \arcsen(u(x)) \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx}$$

$$u(x, y, \Theta) = \left( \frac{\hat{y}(k+1|k)_{ari} - y_{pat}}{\sqrt{(\hat{x}(k+1|k)_{ari} - x_{pat})^2 + (\hat{y}(k+1|k)_{ari} - y_{pat})^2}} \right) \quad (5.42)$$

$$z(x) = \arctg(v(x)) \rightarrow \frac{dz}{dx} = \frac{1}{1+v^2} \frac{dv}{dx}$$

$$v(x, y, \Theta) = \left( \frac{z_{pat} - Ctez_{ari}}{\sqrt{(\hat{x}(k+1|k)_{ari} - x_{pat})^2 + (\hat{y}(k+1|k)_{ari} - y_{pat})^2}} \right) \quad (5.43)$$

resultando los distintos elementos de la matriz jacobiana:

$$\frac{\partial \hat{\phi}_{pan}}{\partial \hat{x}} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{-(\hat{x}_{art} - x_{pat})(\hat{y}_{art} - y_{pat})}{\sqrt{((\hat{x}_{art} - x_{pat})^2 + (\hat{y}_{art} - y_{pat})^2)^3}} \quad (5.44)$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}_{pan}}{\partial \hat{y}} = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \frac{(\hat{x}_{art} - x_{pat})^2}{\sqrt{((\hat{x}_{art} - x_{pat})^2 + (\hat{y}_{art} - y_{pat})^2)^3}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\phi}_{pan}}{\partial \hat{\Theta}} &= \frac{\partial \hat{\phi}_{pan}}{\partial \hat{x}} \frac{\partial \hat{x}}{\partial \hat{\Theta}} + \frac{\partial \hat{\phi}_{pan}}{\partial \hat{y}} \frac{\partial \hat{y}}{\partial \hat{\Theta}} = -\frac{\partial \hat{\phi}_{pan}}{\partial \hat{x}} (T(k) \sin(\Theta_0 + \Delta\Theta_1) + Cte_{plat} \cos(\Theta_{rob} + Cte_{\Theta})) \\ &\quad - \frac{\partial \hat{\phi}_{pan}}{\partial \hat{y}} (T(k) \cos(\Theta_0 + \Delta\Theta_1) + Cte_{plat} \sin(\Theta_{rob} + Cte_{\Theta})) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}_{tilt}}{\partial \hat{x}} = \frac{1}{1+v^2} \frac{-(\hat{x}_{art} - x_{pat})(z_{pat} - Ctez_{art})}{\sqrt{((\hat{x}_{art} - x_{pat})^2 + (\hat{y}_{art} - y_{pat})^2)^3}} \quad (5.45)$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}_{tilt}}{\partial \hat{y}} = \frac{1}{1+v^2} \frac{-(\hat{y}_{art} - y_{pat})(z_{pat} - Ctez_{art})}{\sqrt{((\hat{x}_{art} - x_{pat})^2 + (\hat{y}_{art} - y_{pat})^2)^3}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\phi}_{tilt}}{\partial \hat{\Theta}} &= \frac{\partial \hat{\phi}_{tilt}}{\partial \hat{x}} \frac{\partial \hat{x}}{\partial \hat{\Theta}} + \frac{\partial \hat{\phi}_{tilt}}{\partial \hat{y}} \frac{\partial \hat{y}}{\partial \hat{\Theta}} = -\frac{\partial \hat{\phi}_{tilt}}{\partial \hat{x}} (T(k) \sin(\Theta_0 + \Delta\Theta_1) + Cte_{plat} \cos(\Theta_{rob} + Cte_{\Theta})) \\ &\quad - \frac{\partial \hat{\phi}_{tilt}}{\partial \hat{y}} (T(k) \cos(\Theta_0 + \Delta\Theta_1) + Cte_{plat} \sin(\Theta_{rob} + Cte_{\Theta})) \end{aligned}$$

El umbral de validación que se utiliza para resolver el problema de la correspondencia entre la estimación y la observación, está asociado al uso de la innovación normalizada:

$$g_{ij} = \mathbf{v}_{ij}(k+1)S_{ij}^{-1}(k+1)\mathbf{v}_{ij}^T(k+1) \quad (5.46)$$

Cuando la observación no satisface que  $g_{ij} \leq \alpha$  es desechada del proceso de localización. Por contra, cuando se cumple dicha condición, existe una probabilidad alta de que la predicción y la medida pertenezcan al mismo patrón. El emparejamiento se realiza a través del uso de una función de similitud basada en la distancia de *Mahalanobis* [LeoDur92], que se trata de una distancia normalizada entre dos distribuciones normales multivariable. El valor de  $\alpha$  se determina a través de una chi-cuadrado de Pearson  $\chi^2$  con dos grados de libertad (pan, tilt) de

forma que se tenga una cierta probabilidad de que el emparejamiento se produzca. Para el caso de múltiples observaciones en una única región de validación, se puede utilizar un algoritmo simple de NNSF (*Nearest Neighbor Standard Filter*) [BarFor88].

#### 5.4.3.4 Estimación.

Una vez establecida la correspondencia entre observaciones y predicciones se plantea el problema de realizar la estimación de la localización del robot móvil en el ciclo  $k+1$  ( $\hat{x}(k+1|k+1)$ ) basándose en las observaciones existentes para dicho ciclo.

La ganancia del Filtro de Kalman se define como:

$$W(k+1) = P(k+1|k) \nabla h^T S^{-1}(k+1) \quad (5.47)$$

Para el caso de observar en el mismo ciclo todos los patrones visibles se utilizaría una expresión del tipo:

$$W(k+1) = \sum_{i=1}^{i=n} P(k+1|k) \nabla h_i^T S_i^{-1}(k+1) \quad (5.48)$$

estando asociado el sumatorio a los distintos patrones analizados.

Esto permite obtener la estimación del estado de mínima varianza como:

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + W(k+1) v(k+1) \quad (5.49)$$

cuya varianza vendrá dada por la siguiente expresión:

$$P(k+1|k+1) = P(k+1|k) - W(k+1) S(k+1) W^T(k+1) \quad (5.50)$$

En el caso de analizar varios patrones en el mismo ciclo, será preciso fusionar las ganancias asociadas a cada estimación. Las expresiones matemáticas basadas en las dos ecuaciones anteriores son:

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + \sum_{i=1}^{i=n} W_i(k+1) v_i(k+1) \quad (5.51)$$

$$P(k+1|k+1) = P(k+1|k) - \sum_{i=1}^{i=n} W_i(k+1) S_i(k+1) W_i^T(k+1) \quad (5.52)$$

con lo que se volvería a estar en disposición de predecir la posición y orientación del robot en el ciclo siguiente.

Los diferentes resultados experimentales propuestos, que han permitido comprobar la bondad de los algoritmos de localización descritos en el presente capítulo, serán comentados en el capítulo 8.





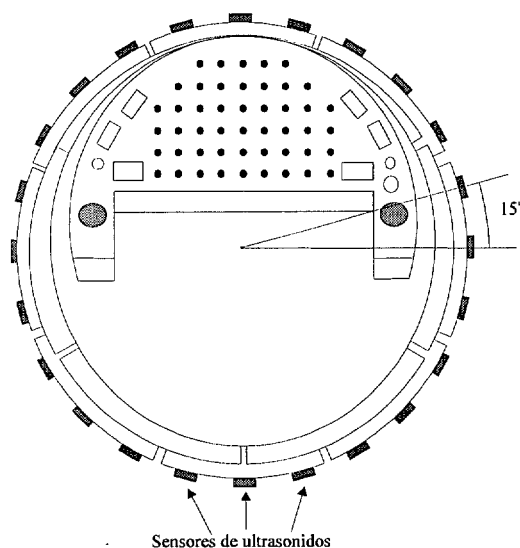
# Localización mediante ultrasonidos.

---

# 6

## 6.1 Introducción.

La estimación de la localización para un vehículo móvil autónomo constituye uno de los requerimientos esenciales para su navegación, al permitirle conocer la posición y orientación que tiene en cada instante de tiempo. Son numerosos los robots móviles que han utilizado sensores de ultrasonidos [Borens95][Christen94][LeoDur92][LeoDur91b] para realizar tareas de localización y navegación en entornos asociados a modelos geométricos predeterminados (entornos estructurados). Las razones de su utilización son numerosas y entre ellas cabe destacar su bajo coste, alta velocidad de procesamiento y aceptable precisión. Sin embargo, la localización de un robot móvil basada en la información (distancias a objetos) proporcionada



**Figura 6-1. Anillo de ultrasonidos de la plataforma B21-RWI.**

---

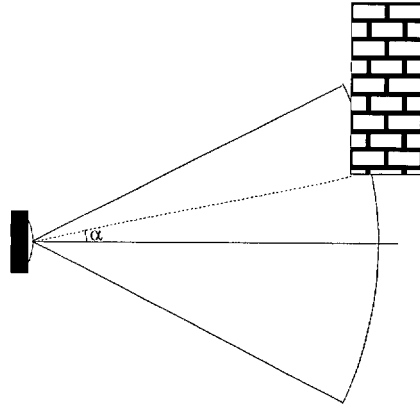
por sensores de ultrasonidos presenta como principal inconveniente los numerosos errores que cometen en sus medidas.

Como consecuencia, para aumentar la precisión de la localización del vehículo, se deben acumular series de medidas de diferentes sensores en el mismo ciclo de disparo. Como ya se mencionó en el capítulo 3, en el caso de la plataforma móvil B21-RWI se dispone de un anillo formado por 24 sensores de ultrasonidos (figura 6-1).

## 6.2 Sensores de ultrasonidos.

El funcionamiento de los sensores de ultrasonidos se basa en la emisión de un pulso a una determinada frecuencia (ver capítulo 3), cuyo lóbulo o campo de acción es de forma cónica. La precisión del sensor depende de una serie de factores relacionados tanto con el propio sensor, como con el mundo real. Entre los diversos factores que afectan a las lecturas de los sensores de ultrasonidos merecen destacarse los siguientes:

- El eco que se recibe como respuesta a la reflexión del sonido no indica la localización angular del objeto detectado (figura 6-2).
- La cantidad de energía reflejada por el objeto depende de la forma geométrica de su superficie.



**Figura 6-2. Localización angular del sensor.**

- La dependencia de las características acústicas y tamaño del objeto reflejado.
- La distancia mínima a partir de la cual el sensor mide con precisión está condicionada por el tiempo de relajación del transductor, considerando que se utiliza el mismo como emisor y receptor.
- La velocidad del sonido no es constante, dependiendo de diversos factores tales como la temperatura y la humedad del aire. Despreciando la influencia de la humedad, la dependencia respecto a la temperatura es:

$$v_s = v_0 \sqrt{1 + \frac{T}{273}} \quad (6.1)$$

siendo  $v_0$  la velocidad de propagación de la onda sonora a  $0^\circ \text{C}$ , y  $T$  la temperatura en grados Kelvin.

- La orientación relativa de la superficie reflectora con respecto al eje del sensor puede provocar que el sensor nunca reciba el pulso de sonido que emitió.
- Problemas de interferencias entre distintos sensores (falsos ecos) asociados principalmente a reflexiones múltiples, disparo simultáneo de varios sensores distribuidos en estructura anular, e interferencias con los sensores de otro vehículo.

### 6.3 Representación de la información geométrica.

Los sensores de ultrasonidos (sensores de proximidad) proporcionan información sobre la situación de elementos locales de la superficie de los objetos. Cada observación sensorial

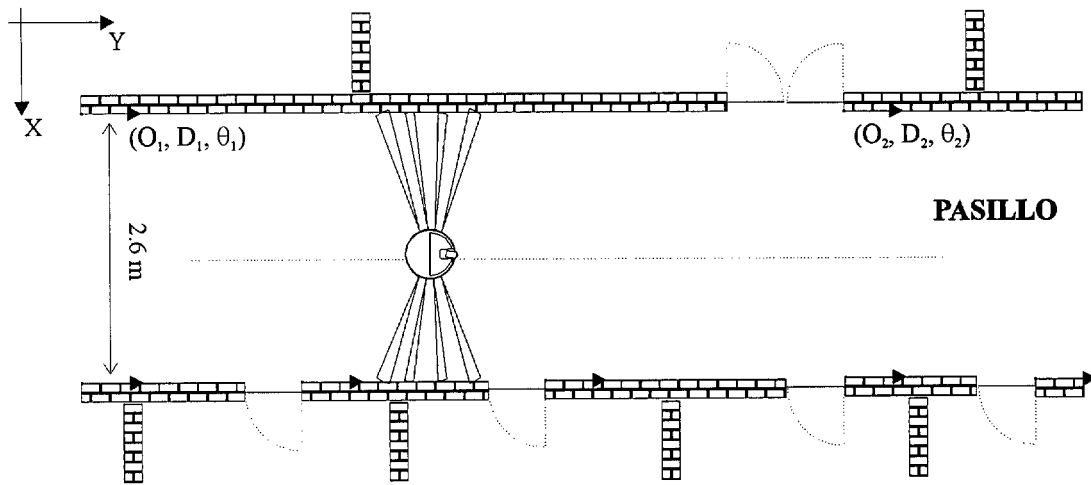


Figura 6-3. Modelo del entorno.

considerada de forma independiente puede localizar al elemento geométrico observado, estando sometida a la incertidumbre debida a la imprecisión del sensor. Para completar la información de localización de un elemento geométrico y aumentar su precisión es necesario integrar observaciones realizadas desde distintos puntos de vista, o con sensores diferentes.

El proceso de reconocimiento y localización se basa en el emparejamiento de características geométricas en el entorno de trabajo con características geométricas del modelo de los objetos, asociadas al sistema de referencia absoluto. El número de emparejamientos se limita a través del empleo de técnicas heurísticas de selección de características, así como de restricciones sencillas asociadas a la geometría de percepción determinada por la situación relativa del sensor y la característica observada.

El modelo utilizado en el presente trabajo está constituido por segmentos rectos definidos por su longitud, orientación y distancia respecto al sistema de referencia  $(O_s, D_s, \theta_s)$ , que permiten representar de forma homogénea el entorno de trabajo, vinculado en este caso a pasillos y corredores (entornos altamente estructurados) según se muestra en la figura 6-3. El filtrado para las medidas disponibles, se realiza mediante la aplicación de restricciones basadas en propiedades como la distancia estimada a la superficie del objeto y la separación angular entre observaciones, verificando la coherencia de dichas medidas respecto a las propiedades geométricas del entorno.

### 6.3.1 Filtrado de los sensores.

El proceso de filtrado de los sensores de ultrasonidos comienza con la selección de los sensores más idóneos en atención a la geometría del entorno en dicho instante de tiempo. A partir de la información proporcionada por la odometría del vehículo y el modelo del entorno, se escogen los segmentos válidos para el proceso de relocalización. Para dichos segmentos se calculan las normales que pasan por el centro del vehículo. En función de la pendiente calculada y considerando la distribución anular de los sensores en la plataforma móvil (con una separación de  $15^\circ$  entre sensores), se seleccionan grupos de seis sensores para detectar cada segmento, cubriéndose un total de  $75^\circ$  para cada uno de ellos.

Una vez seleccionados los sensores, se realiza el cálculo de la distancia estimada a la marca (figura 6-4) a través de la expresión:

$$D_e = \frac{X_r - X_s^n}{(Y_s^n - Y_r) \operatorname{tg} \theta_s^n - \operatorname{sen}(\theta_{s-u}^a + \theta_r - \theta_s^n)(\cos \theta_p + \operatorname{sen} \theta_s^n \operatorname{tg} \theta_s^n)} \quad (6.2)$$

siendo  $(X_r, Y_r, \theta_r)$  la posición y orientación del vehículo proporcionada por la odometría,  $\theta_{s-u}^a$  el ángulo relativo que presenta el sensor de ultrasonidos  $a$  respecto a la referencia del vehículo y

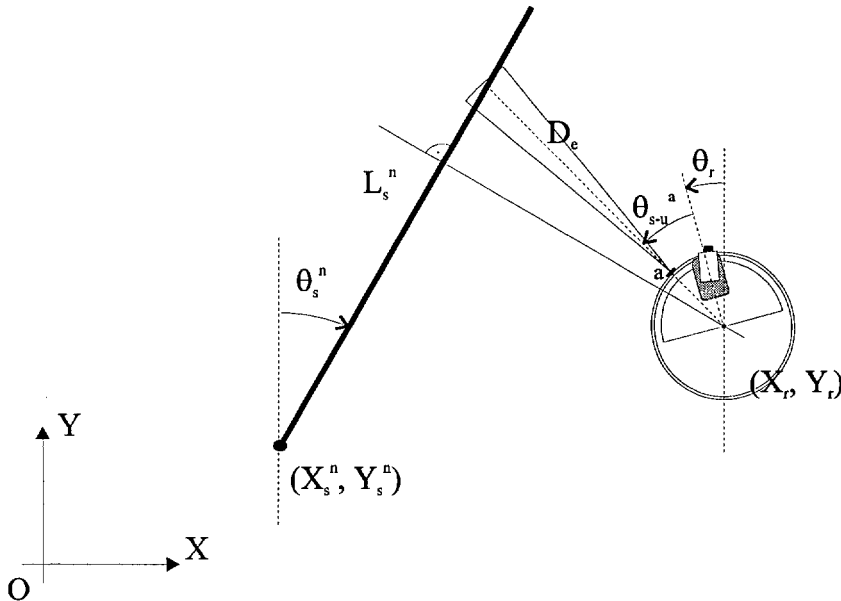


Figura 6-4. Cálculo de la distancia estimada del sensor a la marca.

$(X_s^n, Y_s^n, \theta_s^n)$  la posición y orientación del segmento  $n$  respecto al sistema de referencia absoluto.

Para cada uno de los sensores seleccionados en la detección de los distintos segmentos considerados, se comprueba la coherencia de la lectura respecto a las propiedades geométricas del entorno, considerando la geometría de percepción para cada sensor junto con los resultados de calibración (ver capítulo 3). Para aquellos sensores que en primera instancia proporcionan una medida satisfactoria, se contrasta su lectura con el valor estimado en función de la información proporcionada por la matriz de incertidumbre de la posición del vehículo. Para la verificación de la distancia predicha, se comprueba la distancia de Mahalanobis entre la distancia observada, y la distribución de la distancia predicha, mediante un test de chi-cuadrado con 3 grados de libertad.

Estas restricciones verifican que la localización de las características observadas y de las correspondientes características del modelo del objeto coinciden en el espacio, dentro de unos márgenes de error debidos a la incertidumbre de las observaciones.

Como ya se mencionó anteriormente, los numerosos errores que cometen los sensores de ultrasonidos en sus medidas, impiden su tratamiento individual de manera satisfactoria en tareas de localización. Este inconveniente puede subsanarse acumulando series de medidas de diferentes sensores en el mismo ciclo de disparo. En los apartados siguientes se presenta un algoritmo de localización para robots móviles basado en la obtención de información geométrica a través de conjuntos de grupos simétricos de sensores de ultrasonidos, mediante las proyecciones de sus respectivas innovaciones.

### **6.3.2 Proyección de la innovación.**

El proceso de filtrado proporciona una lista de distancias estimadas y observadas de los sensores de ultrasonidos aceptados, agrupados para los distintos segmentos de entorno considerados en el actual ciclo de localización:

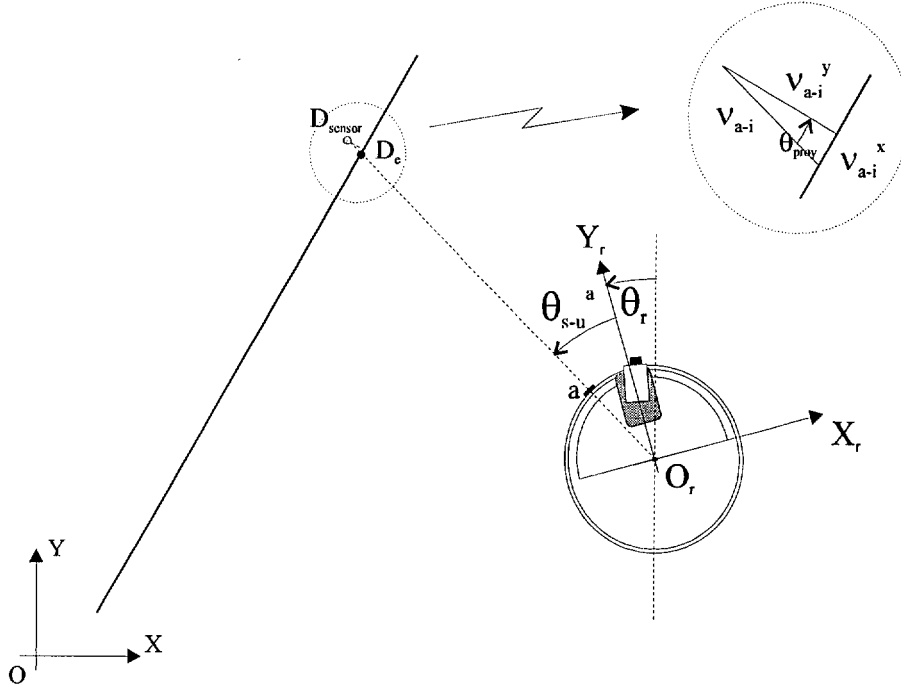


Figura 6-5. Cálculo de la innovación para las medidas observadas.

$$\begin{aligned}
 S^1 &= \{(D_e^a, D_{\text{sensor}}^a), (D_e^b, D_{\text{sensor}}^b), \dots\} \\
 S^2 &= \{(D_e^c, D_{\text{sensor}}^c), (D_e^d, D_{\text{sensor}}^d), \dots\} \\
 &\dots\dots\dots
 \end{aligned}
 \tag{6.3}$$

Para las distintas observaciones realizadas para cada segmento se efectúa el cálculo de la innovación:

$$v_{a-i} = D_e^a - D_{\text{sensor}}^a \tag{6.4}$$

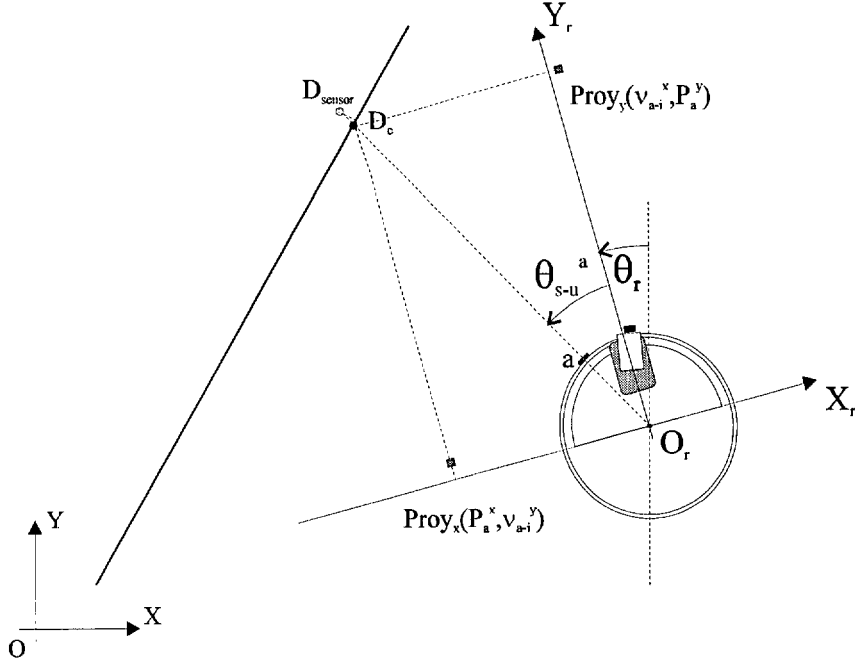
La innovación de cada medida se proyecta sobre el sistema de referencia asociado al segmento considerado (figura 6-5), tomando como ángulo de proyección relativo para cada observación el obtenido a través del conocimiento de la orientación del vehículo, la orientación del segmento de entorno considerado y el ángulo relativo del sensor de ultrasonidos empleado:

$$\theta_{\text{proy}} = \pi/2 - (\theta_{s-u}^a + \theta_r - \theta_s^n) \tag{6.5}$$

Las dos componentes de la innovación se obtienen a través de las expresiones:

$$\begin{aligned}
 v_{a-i}^x &= v_{a-i} \text{sen} \theta_{\text{proy}} \\
 v_{a-i}^y &= v_{a-i} \text{cos} \theta_{\text{proy}}
 \end{aligned}
 \tag{6.6}$$

Una vez calculadas las proyecciones de la innovación, se realiza un giro del sistema de referencia del segmento considerado, que permitirá trasladar sobre el sistema de referencia del



**Figura 6-6. Proyecciones de las componentes de la innovación sobre el sistema de referencia del vehículo.**

vehículo dichas componentes (figura 6-6). Como sistema de referencia del vehículo se considera el asociado a la lectura de la odometría (posición y orientación del robot).

Como resultado de la operación anterior, se obtienen dos conjuntos de puntos para cada uno de los ejes del sistema de referencia del vehículo:

$$\begin{aligned} C_{P_x} &= \{(v_{a-i}^x, P_a^y), (v_{b-i}^x, P_b^y), \dots\} \\ C_{P_y} &= \{(P_c^x, v_{c-i}^y), (P_c^x, v_{c-i}^y), \dots\} \end{aligned} \quad (6.7)$$

### 6.3.3 Cálculo de la posición.

La determinación del nuevo sistema de referencia del vehículo se realiza a partir del ajuste de los conjuntos de puntos ( $C_{P_x}$ ,  $C_{P_y}$ ) por el método de mínimos cuadrados (Apéndice B). Obteniendo las dos rectas de regresión de expresión:

$$\begin{aligned} \hat{y}_i &= \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i \rightarrow \hat{\beta}_1 = \frac{Cov(x, y)}{S_x^2} \quad \hat{\beta}_0 = \bar{x} - \hat{\beta}_1 \bar{y} \\ \hat{x}_i &= \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 y_i \rightarrow \hat{\alpha}_1 = \frac{Cov(x', y')}{S_y'^2} \quad \hat{\alpha}_0 = \bar{x}' - \hat{\alpha}_1 \bar{y}' \end{aligned} \quad (6.8)$$



las dos rectas calculadas se caracterizarán por presentar la misma pendiente relativa respecto del eje de cálculo, propiedad que permite mantener el criterio de ortogonalidad al sistema de referencia, por lo tanto:

$$\hat{\beta}_1 = \hat{\alpha}_1 \Rightarrow \frac{\frac{\sum_{i=0}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\frac{\sum_{i=0}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}}}{n} = \frac{\frac{\sum_{i=0}^n (x'_i - \bar{x}')(y'_i - \bar{y}')}{\frac{\sum_{i=0}^n (x'_i - \bar{x}')^2}{n}}}{n} \quad (6.9)$$

$$\beta = \frac{\frac{\sum_{i=0}^n (x_i y_i)}{\frac{\sum_{i=0}^n y_i^2}{n}} - \bar{x} \bar{y}}{\frac{\sum_{i=0}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \frac{\frac{\sum_{i=0}^n (x'_i y'_i)}{\frac{\sum_{i=0}^n x_i'^2}{n}} - \bar{x}' \bar{y}'}{\frac{\sum_{i=0}^n x_i'^2}{n} - \bar{x}'^2} \quad (6.10)$$

dicho ángulo  $\beta$  será la nueva orientación del vehículo, mientras que el punto de corte de las dos rectas anteriores proporciona la nueva posición (X,Y).

Una vez estimado el nuevo sistema de referencia, el proceso se repite de forma iterativa considerando en el paso siguiente como posición de partida para el cálculo de las distancias estimadas por los sensores, la obtenida en el ciclo anterior del proceso de ajuste  $(X_{\text{final}}^0, Y_{\text{final}}^0, \theta_{\text{final}}^0)$ .

Los principales inconvenientes del método descrito radican en los siguientes puntos:

- tener un modelo preciso del entorno de trabajo.
- la precisión del algoritmo está íntimamente ligada al numero de medidas consideradas en el cálculo de las rectas de regresión.

En la figura 6-7, el sistema de referencia del vehículo, asociado a la lectura odométrica, forma un cierto ángulo relativo respecto a dos segmentos de entorno paralelos. El sistema de referencia obtenido por el ajuste de las rectas por mínimos cuadrados ha considerado el criterio de ortogonalidad entre los ejes, tomando como pendiente final el valor medio de las pendientes

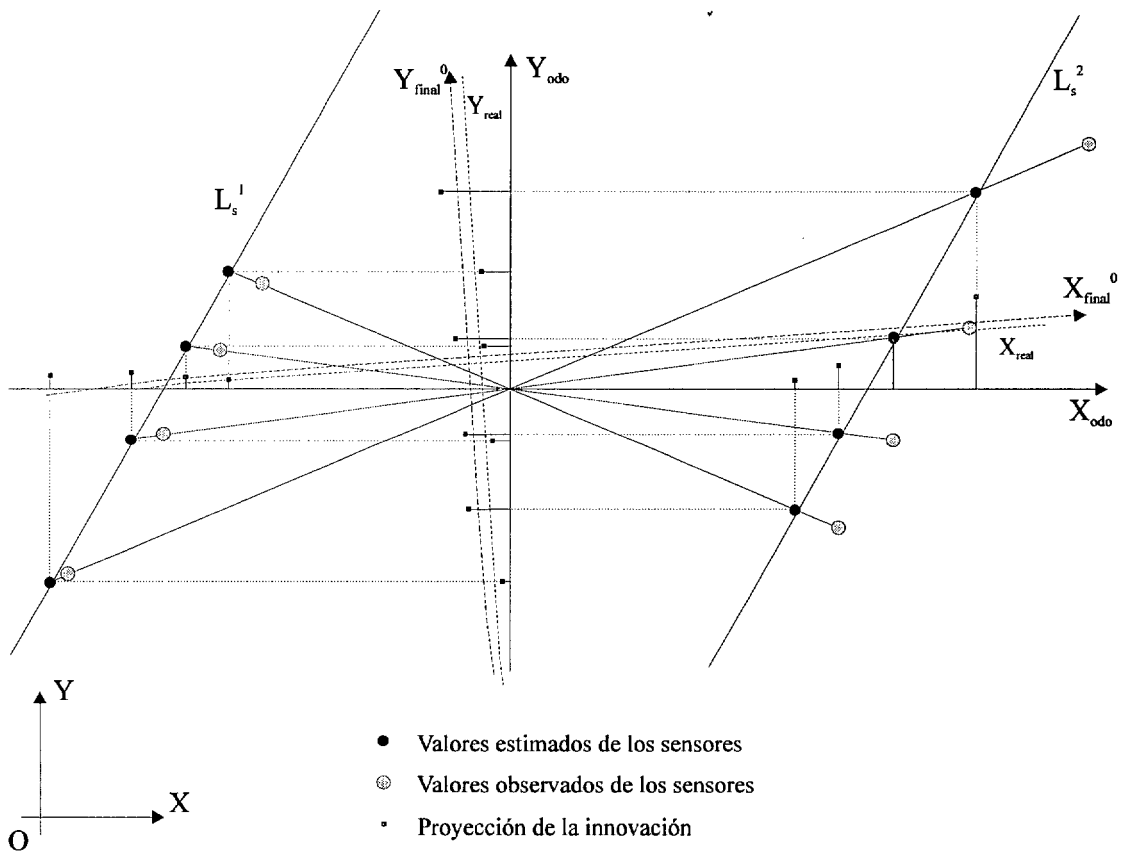
relativas para cada recta. La nueva posición y orientación están asociadas al sistema de referencia  $(X_{final}^0, Y_{final}^0, \theta_{final}^0)$ .

En la figura 6-8, se muestra el efecto de la primera iteración en la obtención del sistema de referencia del vehículo. El número de iteraciones dependerá del tiempo de ciclo que presente el algoritmo, así como de la disponibilidad de nueva información sensorial. El algoritmo desarrollado presenta un tiempo de ejecución de 40 ms, mientras que la información sensorial se refresca cada 200 ms. En atención a los tiempos mencionados, en cada ciclo de ejecución, el proceso realiza una segunda iteración.

En la figura 6-9, la orientación del vehículo coincide con la de los segmentos de entorno considerados. Se trata de una posición crítica que provoca una cancelación de la innovación proyectada sobre el eje X. En este caso, sólo será posible realizar una corrección de la posición del vehículo en orientación  $\theta$  y en la coordenada Y.

Debido a la falta de información, se toma como nuevo eje X el inicial, pero girado la pendiente calculada para el eje Y, en atención a la propiedad de ortogonalidad ya citada.

En la figura 6-10, se aprecia la carencia de información para corregir la posición del vehículo en el eje X en iteraciones sucesivas. Siendo preciso esperar al siguiente ciclo de localización, donde el vehículo no presente una orientación paralela a los segmentos de entorno considerados, para así poder realizar una estimación de la posición según dicho eje.



**Figura 6-7. Ajuste del nuevo sistema de referencia cuando la orientación del vehículo presenta un ángulo relativo respecto a los segmentos paralelos del entorno.**

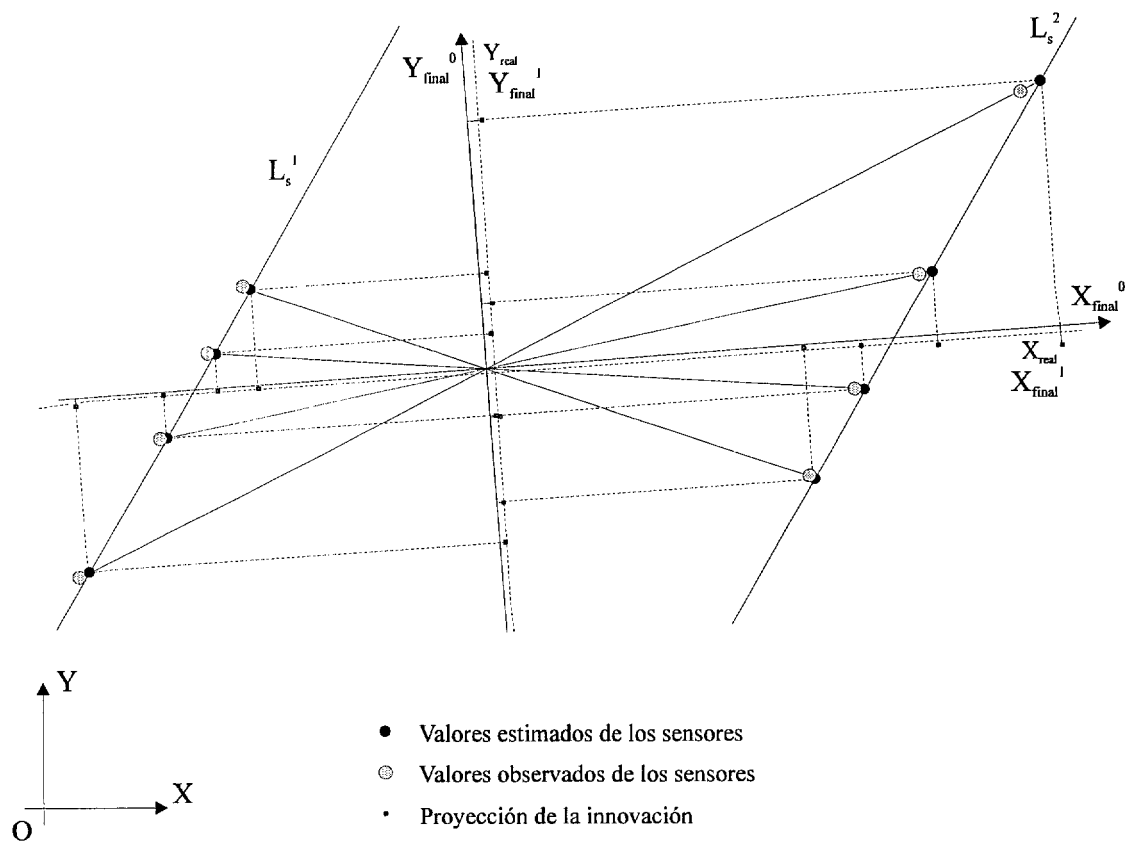


Figura 6-8. Obtención del sistema de referencia del vehículo tras la primera iteración.

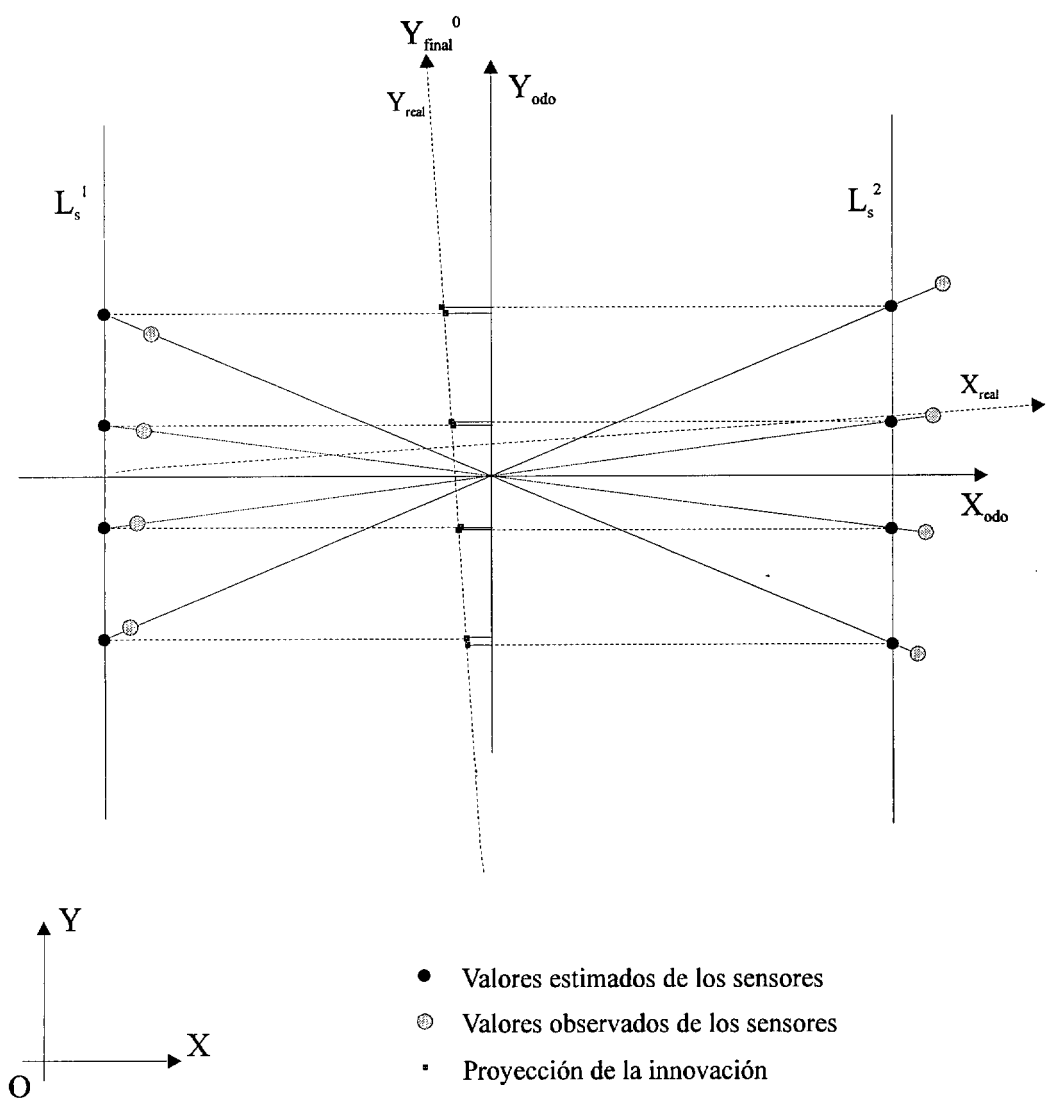
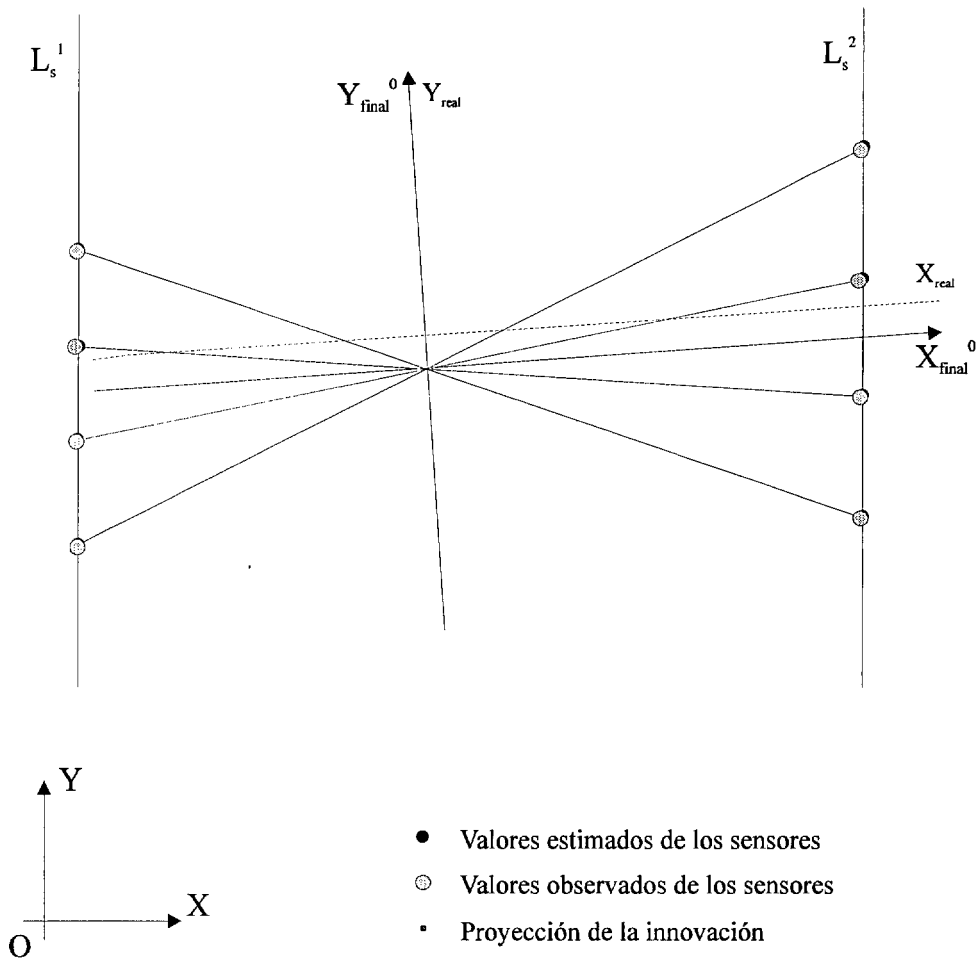


Figura 6-9. La orientación del vehículo coincide con la de los segmentos paralelos de entorno observados. La proyección de la innovación sobre el eje X del vehículo se cancela.



**Figura 6-10. Cancelación de las proyecciones de la innovación en la primera iteración.**

---

## 6.4 Integración de la información sensorial.

Al integrar la información sensorial se plantea el problema de obtener una estimación de la localización del robot, a partir de un conjunto de observaciones parciales e imprecisas. En general, la información proporcionada por los sensores geométricos no es una función lineal.

Las ecuaciones del filtro de Kalman, aunque desarrolladas para sistemas lineales, pueden utilizarse también para el caso de sistemas no lineales, mediante una aproximación lineal del modelo del sistema. El filtro de Kalman extendido se encuentra basado en la linealización en el entorno de una trayectoria que es continuamente actualizada por el estado estimado resultado de las medidas, por lo tanto, la linealización se realiza sobre una trayectoria estimada por el propio filtro.

Una de las limitaciones del filtro de Kalman es que necesita una estimación inicial previa a la integración de la primera medida, siendo empleada exclusivamente como semilla del proceso de linealización. De la calidad de dichas estimaciones dependerá en gran medida la convergencia del filtro.

El funcionamiento del filtro de Kalman se encuentra basado en dos modelos distintos: el modelo de planta y el modelo de medida (capítulo 5). El primero describirá la variación de la posición del vehículo en función de las entradas de control introducidas a los motores, mientras que el segundo utilizará la información proveniente del sistema sensorial en términos de distancias junto con la información de la posición real de las marcas en el entorno.

La expresión general del modelo de planta es de la forma [LeoDur92]:

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)) + v(k) \quad v(k) \sim N(0, Q(k)) \quad (6.11)$$

donde  $f(x(k), u(k))$  es una función no lineal que representa la transición de estado.  $x(k) = [x_k \ y_k \ \theta_k]^T$  es el vector que indica la posición que ocupa el robot móvil en el instante  $k$ , mientras que  $u(k) = u(T(k), \Delta\theta_1(k), \Delta\theta_2(k))$  es el vector asociado al movimiento del robot del ciclo  $k$  al  $k+1$ .

El conocimiento de la entrada de control al sistema  $u(k)$ , permite realizar una predicción de la nueva posición del vehículo en el instante de tiempo  $k+1$ , a través del sistema de ecuaciones no lineal:

$$\hat{x}(k+1|k) = f(\hat{x}(k|k), u(k)) \quad (6.12)$$

Así como establecer la matriz de varianzas y covarianzas  $P(k+1|k)$  asociada a dicha predicción:

$$P(k+1|k) = \nabla f P(k|k) \nabla f^T + Q(k) \quad (6.13)$$

donde  $\nabla f$  es el jacobiano de la función de transición de estado.

El modelo de medida establece la observación realizada por el sensor de ultrasonidos según la posición ocupada por el vehículo y la geometría del entorno. La observación realizada se puede describir mediante la siguiente ecuación de observación no lineal:

$$z_j(k) = h_j(p, x(k)) + w_j(k) \quad w_j(k) \sim N(0, R(k)) \quad (6.14)$$

$x(k)$  es la posición del robot y el vector  $p = (O_s, D_s, \theta_s)^T$  la localización del segmento de entorno considerado. La función de observación  $h(p, x(k))$  toma el valor indicado en la ecuación 6.2.

El establecimiento de la correspondencia entre las observaciones y las estimaciones, se realiza a través del cálculo de la innovación  $v_{ij}(k)$ .

La matriz de covarianzas de la innovación se obtiene por la linealización de la expresión 6.14, quedando definida de la forma:

$$\begin{aligned} S_{ij}(k+1) &\equiv E[v_{ij}(k+1)v_{ij}^T(k+1)] \\ &= \nabla h_j P(k+1|k) \nabla h_j^T + R_j(k+1) \end{aligned} \quad (6.15)$$

expresión que incorpora el jacobiano de la matriz de observación:

$$\begin{aligned} \frac{\partial D_e}{\partial X_r} &= \frac{1}{(Y_s'' - Y_r) \operatorname{tg} \theta_s'' - \operatorname{sen}(\theta_{s-u}'' + \theta_r - \theta_s'') (\cos \theta_p + \operatorname{sen} \theta_s'' \operatorname{tg} \theta_s'')} \\ \frac{\partial D_e}{\partial Y_r} &= \frac{(X_r - X_s'') \operatorname{tg} \theta_s''}{((Y_s'' - Y_r) \operatorname{tg} \theta_s'' - \operatorname{sen}(\theta_{s-u}'' + \theta_r - \theta_s'') (\cos \theta_p + \operatorname{sen} \theta_s'' \operatorname{tg} \theta_s''))^2} \end{aligned} \quad (6.16)$$



$$\frac{\partial D_e}{\partial \theta_r} = \frac{(X_r - X_s^n) \cos(\theta_{s-u}^a + \theta_r - \theta_s^n) (\cos \theta_p + \sin \theta_s^n \operatorname{tg} \theta_s^n)}{\left( (Y_s^n - Y_r) \operatorname{tg} \theta_s^n - \sin(\theta_{s-u}^a + \theta_r - \theta_s^n) (\cos \theta_p + \sin \theta_s^n \operatorname{tg} \theta_s^n) \right)^2}$$

La estimación de la localización del robot móvil en el ciclo  $k+1$  se basa en el cálculo de la ganancia del Filtro de Kalman:

$$W(k+1) = P(k+1|k) \nabla h^T S^{-1}(k+1) \quad (6.17)$$

Esto permite obtener la estimación del estado de mínima varianza como:

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + W(k+1) v(k+1) \quad (6.18)$$

cuya varianza vendrá dada por la siguiente expresión:

$$P(k+1|k+1) = P(k+1|k) - W(k+1) S(k+1) W^T(k+1) \quad (6.19)$$

En el caso de que los segmentos seleccionados sean analizados por distintos sensores de ultrasonidos en el mismo ciclo de localización, será preciso fusionar las ganancias asociadas a la estimación de cada sensor de forma independiente. Las expresiones genéricas que incorporan la información individual asociada a cada sensor y que permiten realizar una estimación del estado y su varianza son:

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + \sum_{i=1}^{i=n} W_i(k+1) v_i(k+1) \quad (6.20)$$

$$P(k+1|k+1) = P(k+1|k) - \sum_{i=1}^{i=n} W_i(k+1) S_i(k+1) W_i^T(k+1)$$

Es importante apreciar que el filtro de Kalman extendido es un estimador subóptimo, basado en aproximaciones lineales del modelo del sistema. El error introducido por la linealización, puede reducirse aplicando métodos iterativos, linealizando de nuevo el modelo en el entorno de una nueva estimación, en el caso de que se disponga.

## 6.5 Integración global de la información geométrica.

Para efectuar la estimación de la localización de un robot móvil integrando observaciones geométricas, es preciso determinar la ecuación de medida correspondiente a cada

A diferencia del método expuesto en el apartado anterior, donde la información de cada sensor es tratada de forma individual, a continuación se muestra un procedimiento de integración basado en un filtro de Kalman extendido, que considera globalmente la información geométrica obtenido conforme al algoritmo de proyección descrito en el apartado 6.3. Con dicho método se pretende compensar los errores cometidos en la medida por cada uno de los sensores, que provocan un resultado sesgado en el tratamiento individual.

El tratamiento global de la información geométrica conduce a una ecuación de medida lineal, basada en las siguientes hipótesis:

- El modelo dinámico o modelo de planta del sistema, establece la posición del vehículo en el instante de tiempo  $t_{k+1}$ , a través de la expresión:

siendo  $x_k$  el vector de estado en el instante  $t_k$ .

- El modelo de medida utiliza la información proveniente de los sensores de ultrasonidos en términos de distancias:

siendo  $z_k$  el vector de medida,  $p_j$  los parámetros de la primitiva geométrica que se observa y  $\tau_k$  el ruido de medida. Se asume que se cumple la hipótesis de gaussianidad.

La innovación para cada una de las medidas, vendrá dada por la diferencia existente entre el valor estimado y observado para cada sensor:

$$\begin{aligned}
v_{k1} &= z_{k1} - \hat{z}_{k1} = (h_{k1}(x_k) + \tau_{k1}) - h_{k1}(x_{k+1|k}) = \varepsilon_{k1} + \tau_{k1} \\
v_{k2} &= z_{k2} - \hat{z}_{k2} = (h_{k2}(x_k) + \tau_{k2}) - h_{k2}(x_{k+1|k}) = \varepsilon_{k2} + \tau_{k2} \\
&\dots\dots\dots \\
v_{kn} &= z_{kn} - \hat{z}_{kn} = (h_{kn}(x_k) + \tau_{kn}) - h_{kn}(x_{k+1|k}) = \varepsilon_{kn} + \tau_{kn}
\end{aligned} \tag{6.23}$$

siendo  $h_{ki}(x_{k+1|k})$  la medida observada por el sensor  $i$  en el instante  $k+1$  a partir de la estimación en  $k$ .

Las proyecciones de la innovación de cada medida sobre el segmento considerado, se realizan a través del ángulo de proyección (6.5):

$$\begin{aligned}
Y_{v_{k1}} &= v_{k1} \cos \theta_{k1-proy} = [\varepsilon_{k1} + \tau_{k1}] \cos \theta_{k1-proy} = Y_{\varepsilon_{k1}} + Y_{\tau_{k1}} \\
X_{v_{k1}} &= v_{k1} \sin \theta_{k1-proy} = [\varepsilon_{k1} + \tau_{k1}] \sin \theta_{k1-proy} = X_{\varepsilon_{k1}} + X_{\tau_{k1}} \\
Y_{z_{k1}} &= z_{k1} \cos \theta_{k1-proy} = Y_{k1} + Y_{\tau_{k1}} \\
X_{z_{k1}} &= z_{k1} \sin \theta_{k1-proy} = X_{k1} + X_{\tau_{k1}} \\
&\dots\dots\dots
\end{aligned} \tag{6.24}$$

el giro y posterior traslación de las proyecciones de la innovación sobre el sistema de referencia del vehículo proporciona dos conjuntos de puntos:

$$\begin{aligned}
C_{p_x} &: (X_{v_{ki}}, Y_{z_{ki}}) \rightarrow \forall i = 1, \dots, n \\
C_{p_y} &: (X_{z_{ki}}, Y_{v_{ki}}) \rightarrow \forall i = 1, \dots, n
\end{aligned} \tag{6.25}$$

para cada par de puntos, se puede establecer que:

$$\begin{aligned}
(X_{z_{ki}}, Y_{v_{ki}}) &\rightarrow (X_{ki} + X_{\tau_{ki}}, Y_{\varepsilon_{ki}} + Y_{\tau_{k1}}) = (X_{ki}, Y_{\varepsilon_{ki}}) + \bar{\tau}_{ki} \\
(X_{v_{ki}}, Y_{z_{ki}}) &\rightarrow (X_{\varepsilon_{ki}} + X_{\tau_{ki}}, Y_{ki} + Y_{\tau_{k1}}) = (X_{\varepsilon_{ki}}, Y_{ki}) + \bar{\tau}_{ki}
\end{aligned} \tag{6.26}$$

siendo  $\bar{\tau}_{ki}$  un ruido gaussiano independiente, con covarianza conocida.

Los conjuntos de puntos permiten estimar aplicando mínimos cuadrados dos ejes que constituyen el nuevo sistema de referencia  $X, Y$  del vehículo. El punto de corte de los ejes calculados, junto con la orientación, proporciona un nuevo  $x_{k+1|k}$ . El proceso mencionado permite reconsiderar el modelo de medida adoptado en primera instancia, pudiendo formularlo de forma lineal:

$$z_k = \bar{x}_k + \sigma_k \quad (6.27)$$

siendo  $\bar{x}_k$  la media muestral que indica la nueva posición y orientación del vehículo y  $\sigma_k$  la covarianza asociada a la estimación de la muestra. La hipótesis formulada se cumple cuando la distribución de los puntos  $(X_{ki}, Y_{e_{ki}}), (X_{e_{ki}}, Y_{ki})$  pertenecientes a los conjuntos  $C_{px}, C_{py}$  es lineal, consideración que es cierta al observarse objetos lineales (segmentos rectos de entorno considerados).

El modelo de planta es una función no lineal del estado que podemos linealizar en el entorno de una estimación  $\hat{x}_k$  utilizando los dos primeros términos del desarrollo en serie de Taylor:

$$f_k(x_k) \approx f_k(\hat{x}_{k|k}) + \left. \frac{\delta f_k(x)}{\delta x} \right|_{x=\hat{x}_{k|k}} (x_k - \hat{x}_{k|k}) + \dots \quad (6.28)$$

$$g_k(x_k) \approx g_k(\hat{x}_{k|k}) + \dots$$

Pudiendo formular los dos modelos, de la forma siguiente:

$$x_{k+1} = F_k x_k + G_k \omega_k + \mu_k \quad (6.29)$$

$$z_k = I_k x_k + \sigma_k$$

La formulación anterior conduce a que las ecuaciones matemáticas del filtro de Kalman extendido sean [AndMoo79]:

- Predicción:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k} &= F_k \hat{x}_{k|k} \\ P_{k+1|k} &= F_k P_{k|k} F_k^T + G_k Q_k G_k^T \end{aligned} \quad (6.30)$$

- Estimación:

$$\begin{aligned} S_k &= (I_k P_{k+1|k} I_k^T + R_k) = P_{k+1|k} + R_k \\ K_k &= P_{k+1|k} I_k (I_k P_{k+1|k} I_k^T + R_k)^{-1} = P_{k+1|k} S_k^{-1} \\ \hat{x}_{k+1|k+1} &= \hat{x}_{k+1|k} + K_k (z_k - H_k \hat{x}_{k+1|k}) \\ P_{k+1|k+1} &= (I - K_k H_k) P_{k+1|k} \end{aligned} \quad (6.31)$$

siendo  $R_k$  la matriz de varianzas y covarianzas estimada a través del método de la proyección.

- Estimación inicial:

$$\hat{x}_{0|0} = \hat{x}_0, \quad P_{0|0} = P_0$$

La integración global de la información geométrica presenta como ventajas frente al tratamiento individual de cada medida:

- es más inmune al ruido en la medida del sensor.
- provoca una convergencia más rápida del filtro.
- computacionalmente es más eficiente, puesto que las operaciones matriciales relacionadas con el filtro del Kalman se ejecutan una única vez. El tiempo global por ciclo es del orden de 80ms.

## 6.6 Resultados experimentales.

Los diferentes experimentos realizados con el algoritmo anteriormente descrito han permitido evaluar la resolución que presenta el método, el máximo error en la posición y orientación del vehículo que es capaz de corregir, el número mínimo de sensores para obtener una medida fiable y, finalmente, el grado de convergencia en cuanto al número de ciclos necesarios para corregir el error.

Con el objetivo de obtener unos resultados suficientemente precisos para la evaluación del algoritmo, todos los experimentos se realizaron con el vehículo detenido. En el capítulo 8 se muestran diferentes misiones propuestas al robot, donde el proceso de relocalización se efectúa en movimiento.

El primer experimento consistió en posicionar el vehículo correctamente en el entorno de trabajo, para a continuación introducirle diversos errores en su posición respecto a uno de sus ejes. La figura 6-11 muestra la evolución del proceso de localización a lo largo de 7 ciclos, para errores forzados de 10, 20 y 30 cm. En todos los casos se aprecia la necesidad de tres ciclos para acotar el error de posición en un margen comprendido entre 2-3 cm.

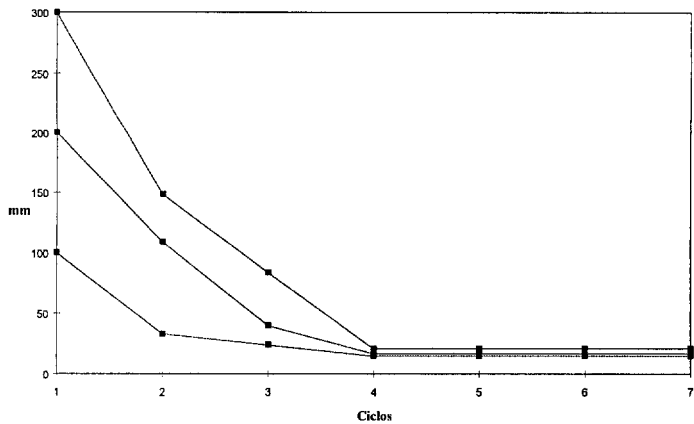


Figura 6-11. Localización en posición con ultrasonidos.

A continuación se repitió el experimento introduciendo diversos errores en la orientación del vehículo y localizándolo de forma correcta en (X, Y). La figura 6-12 indica cómo se produce la evolución de la localización angular para errores de 2°, 5° y 10°. La gráfica refleja 6 ciclos de localización, pudiéndose apreciar que la posición angular del vehículo es corregida con una precisión de  $\pm 2^\circ$ . En ambos casos el número de sensores de ultrasonidos cuyas medidas han sido aceptadas ha oscilado entre 6 y 8.

Una vez analizada la corrección de los posibles errores en posición y orientación de forma individual, se han efectuado distintos experimentos con la introducción de errores combinados con la finalidad de poder evaluar de forma conjunta la convergencia de la corrección y el número de ciclos precisos en cada caso.

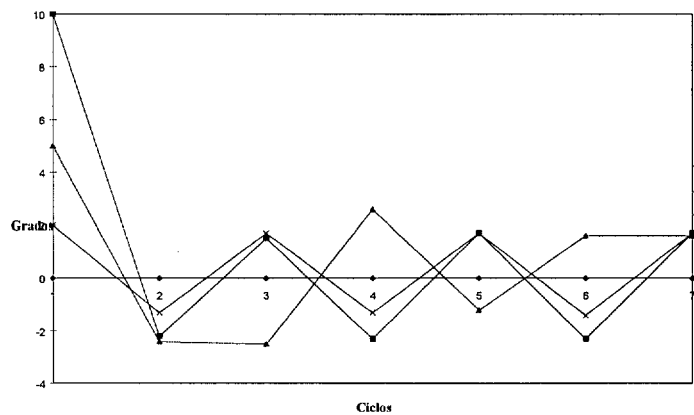
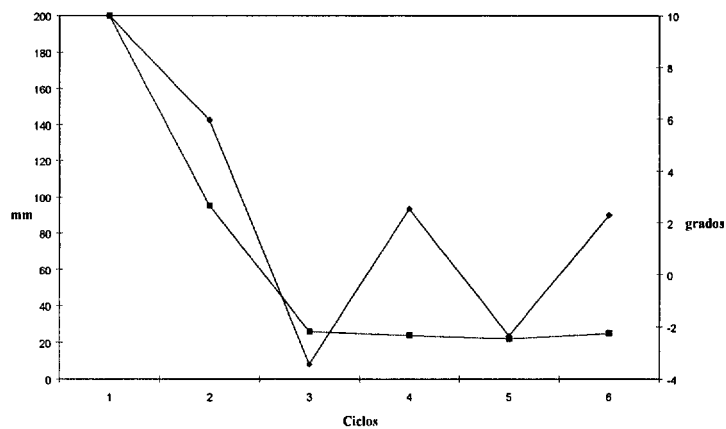


Figura 6-12. Localización angular con ultrasonidos.

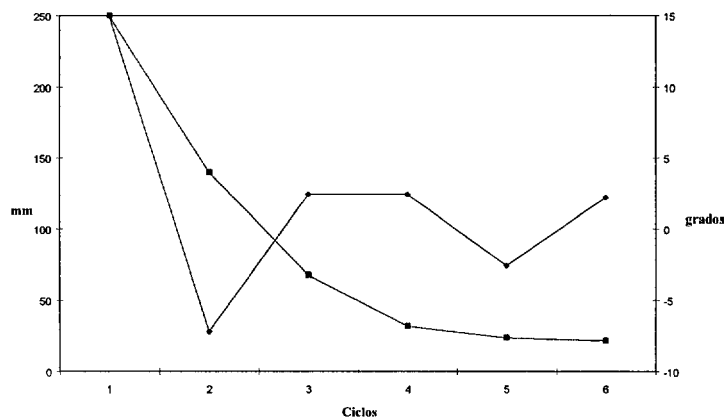


**Figura 6-13. Localización en posición y angular mediante ultrasonidos (1).**

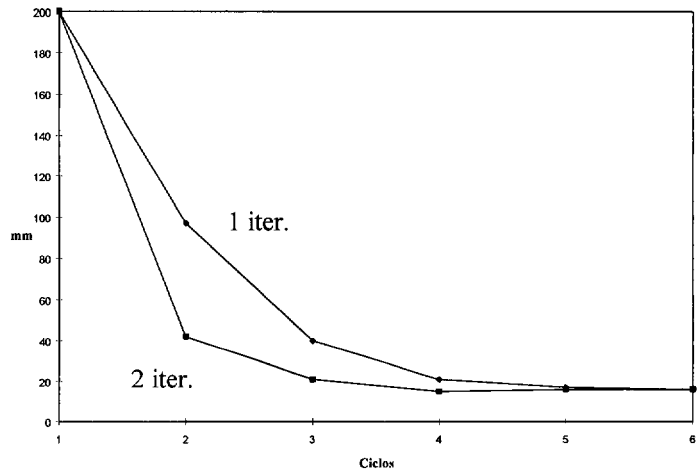
En la figura 6-13 se recogen los primeros 6 ciclos de localización asociados a un error forzado de 20 cm en posición y 10° en orientación. La gráfica muestra que tras los primeros tres ciclos la posición queda acotada con un error de 20 mm y la orientación dentro de la franja de  $\pm 2^\circ$ .

En la figura 6-14 se repite el procedimiento con un error forzado de 25 cm en posición y 15° en orientación. En este caso en la gráfica queda en evidencia la necesidad de ejecutar más ciclos de localización para alcanzar los anteriores límites de precisión.

Todos los experimentos comentados han sido realizados sin tener en cuenta la posibilidad de efectuar un tratamiento iterativo por ciclo de localización considerando el tiempo



**Figura 6-14. Localización en posición y angular mediante ultrasonidos (2).**

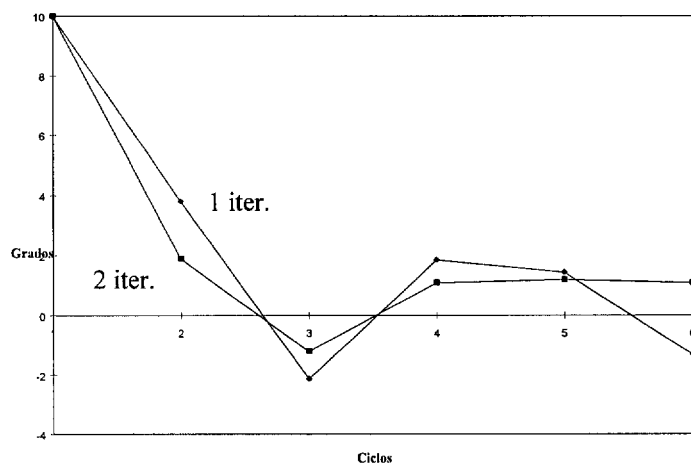


**Figura 6-15. Corrección en posición con proceso iterativo.**

de refresco de los sensores. El proceso iterativo permite la incorporación de aquellas medidas que inicialmente fueron rechazadas en el proceso de filtrado, provocando que la salida del sistema sea menos oscilatoria y con un grado de convergencia mayor.

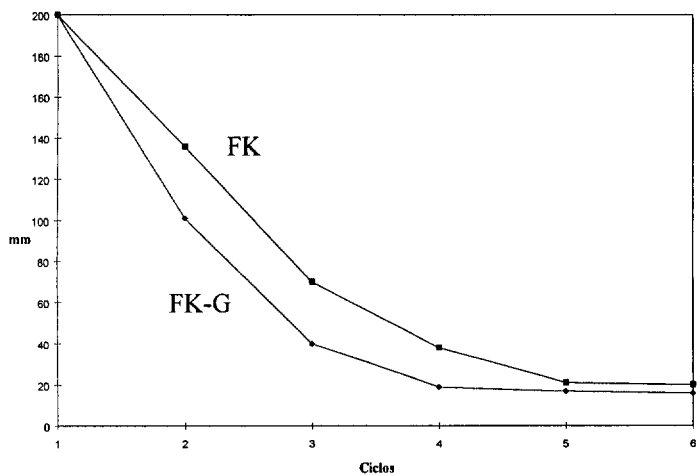
En las figura 6-15 y 6-16 se comparan las salidas del algoritmo con una y dos iteraciones respectivamente cuando se introduce un error en la posición inicial del vehículo de 20 cm y  $10^\circ$ . En ellas puede apreciarse de forma clara la mejora en las correcciones efectuadas y la disminución del número de ciclos necesarios para localizar el vehículo.

Finalmente, en las figuras 6-17 y 6-18 se compara el funcionamiento del filtro de



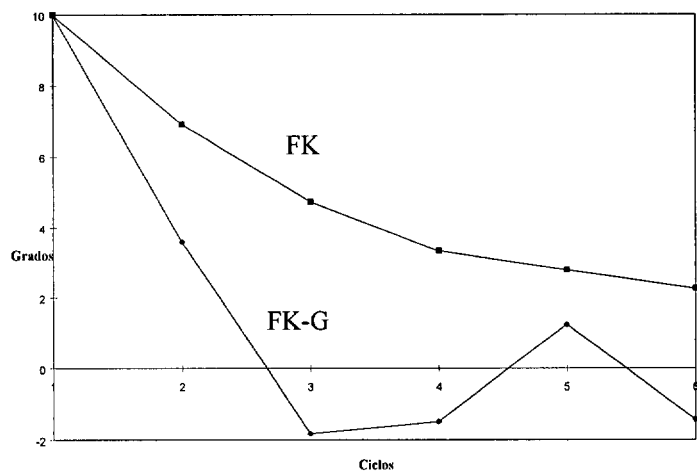
**Figura 6-16. Corrección angular con proceso iterativo.**





**Figura 6-17. Comparación de la integración de la información en posición.**

Kalman asociado al tratamiento individual de la información sensorial (FK), con el del filtro que integra la información geométrica global relacionada con los algoritmos anteriormente descritos (FK-G). Se aprecia una mayor rapidez de convergencia a pesar de que únicamente se realiza una iteración.



**Figura 6-18. Comparación de la integración de la información en ángulo.**



## Localización mediante filtros no lineales evolutivos.

---

### 7.1 Introducción.

Las ecuaciones del filtro de Kalman, aunque desarrolladas para sistemas lineales, pueden utilizarse para sistemas no lineales, mediante una aproximación lineal del modelo de medida del sistema en el entorno de una estimación del estado, utilizando los primeros términos del desarrollo en serie de Taylor, dando lugar al filtro de Kalman extendido.

La compensación de los errores introducidos en el sistema al rechazar los términos de orden superior en el proceso de linealización, puede realizarse de diferentes maneras [BarFor88]:

- aumentar la matriz de covarianzas del ruido en la función de transición de estado para compensar el error en la predicción del estado.

$$Q^*(k) > Q(k) \quad (7.1)$$

- multiplicar la matriz de covarianzas de la predicción del estado por un factor  $\phi > 1$ , o una matriz diagonal  $\phi = \text{diag}(\sqrt{\phi_i})$  con  $\phi_i \geq 1$ , en cada instante de tiempo.

$$P^*(k+1|k) = \phi P(k+1|k) \quad (7.2)$$

$$P^*(k+1|k) = \phi^T P(k+1|k) \phi \quad (7.3)$$

Este último procedimiento, al aumentar la matriz  $P(k+1|k)$ , provoca una disminución en la precisión de la estimación proporcionada por el filtro y supone una pérdida de información de lo ocurrido al sistema en los instantes de tiempo previos.

La aproximación lineal realizada en el filtro de Kalman extendido presenta dos limitaciones:

- aun en el caso gaussiano, se trata de un estimador subóptimo, es decir, los valores estimados que se obtienen son aproximaciones de la media condicional y la covarianza del error que corresponderían a la estimación óptima de mínima varianza.
- en el caso de sistemas no lineales, puede haber óptimos locales distintos del óptimo global. La convergencia al óptimo global depende de la elección de una estimación inicial adecuada como semilla para el proceso de linealización.

En la presente tesis se ha introducido un filtro de Kalman extendido en el sistema de relocalización de un robot móvil, con el objetivo de integrar la información sensorial proporcionada por un sistema de visión artificial y sensores de ultrasonidos, en los diferentes entornos de trabajo propuestos. La aproximación obtenida puede considerarse buena, si la estimación procedente del filtro está próxima a la utilizada para linealizar. En caso contrario, la solución puede mejorarse relinealizando en el entorno de la nueva estimación, dando lugar al filtro de Kalman extendido iterado.

## 7.2 Filtro de Kalman Extendido Iterado.

El modelo de medida utilizado habitualmente en el filtro de Kalman extendido (capítulo 5) [AndMoo79][BarFor88] es el siguiente:

$$\hat{z}(k+1|k) = h(k, \hat{x}(k+1|k)) \quad (7.4)$$

donde  $h$  es una función no lineal del estado, que se puede linealizar en el entorno de una estimación.

Algunas tendencias utilizan un modelo de medida diferente, en el que la relación entre el estado y la observación viene dada por una función implícita. Otras se basan en el establecimiento de combinaciones lineales entre la predicción y la innovación, como si se tratara de la estimación de un máximo a posteriori. La condición de probabilidad de la función de densidad de  $x(k+1)$  dado un conjunto de observaciones  $Z(k+1)$ , asumiendo la gaussianidad de las variables, viene dada por:

$$\begin{aligned} p(x(k+1)|Z(k+1)) &= p(x(k+1)|z(k+1), Z(k)) \\ &= \frac{1}{c} p[z(k+1)|x(k+1)] p[x(k+1)|Z(k)] \\ &= \frac{1}{c} N[z(k+1); h[k+1, x(k+1)], R(k+1)] \cdot \\ &\quad N[x(k+1); \hat{x}(k+1|k), P(k+1|k)] \end{aligned} \quad (7.5)$$

donde  $c$  es una constante de normalización. La anterior expresión se puede deducir teniendo en cuenta que:

$$p(z|x) = N(z; x, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(z-x)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (7.6)$$

Maximizar la expresión anterior respecto a  $x(k+1)$  es equivalente a minimizar el error cuadrático que engloba los correspondientes a la medida y a la estimación:

$$\begin{aligned} F[x(k+1)] &= \frac{1}{2} \{z(k+1) - h[k+1, x(k+1)]\}^T R(k+1)^{-1} \cdot \\ &\quad \{z(k+1) - h[k+1, x(k+1)]\} + \\ &\quad \frac{1}{2} [x(k+1) - \hat{x}(k+1|k)]^T P(k+1|k)^{-1} \cdot [x(k+1) - \hat{x}(k+1|k)] \end{aligned} \quad (7.7)$$

La minimización de dicha expresión se suele realizar aplicando el método de Newton-Raphson, que proporcionará una estimación aproximada del máximo a posteriori de  $x(k+1)$ .

El funcionamiento del método de Newton-Raphson para sistemas de ecuaciones no lineales se basa en la aproximación del sistema mediante un modelo que define el desarrollo en serie de Taylor alrededor de ese punto, truncándolo a partir de los términos de segundo orden:

$$F = F^i + F_x^{iT} (x - x^i) + \frac{1}{2} (x - x^i)^T F_{xx}^i (x - x^i) + \dots \quad (7.8)$$

siendo  $x^i$  el valor de la estimación del estado en la iteración  $i$ -ésima.

El método de Newton-Raphson es un método iterativo tendente a resolver  $f(x)=0$ , expresión que se aproxima mediante un modelo  $M_k(x_k)$ :

$$M_k(x_k) = f(x_k) + J(x_k)(x - x_k) \quad (7.9)$$

donde  $J(x_k)$  es la matriz Jacobiana del sistema en  $x_k$ .

A través de la aproximación lineal de la función se define el esquema de recurrencia del método como:

$$x_{k+1} = x_k - J(x_k)^{-1} f(x_k) \quad (7.10)$$

Aplicando la expresión anterior a la minimización de  $F[x(k+1)]$  se obtiene:

$$x^{i+1} = x^i - (F_{xx}^i)^{-1} F_x^i \quad (7.11)$$

donde  $F_x^i, F_{xx}^i$  son el jacobiano y el hessiano de  $F$  con respecto a  $x(k+1)$  en la iteración  $i$ .

$$F_x^i = -h_x^i[k+1, \hat{x}^i(k+1|k+1)]^T R(k+1)^{-1} \cdot \{z(k+1) - h[k+1, \hat{x}^i(k+1|k+1)]\} + P(k+1|k)^{-1} [\hat{x}^i(k+1|k+1) - \hat{x}(k+1|k)] \quad (7.12)$$

$$F_{xx}^i = h_x^i[k+1, \hat{x}^i(k+1|k+1)]^T R(k+1)^{-1} h_x[k+1, \hat{x}^i(k+1|k+1)] + P(k+1|k)^{-1} = H^i(k+1)^T R(k+1)^{-1} H^i(k+1) + P(k+1|k)^{-1} \quad (7.13)$$

donde:

$$H^i(k+1) = h_x[k+1, \hat{x}^i(k+1|k+1)] \quad (7.14)$$

es el jacobiano de la ecuación de medida relinealizada.

Al sustituir en la expresión 7.11 se obtiene que:

$$\begin{aligned} \hat{x}^{i+1}(k+1|k+1) = & \hat{x}^i(k+1|k+1) + P^i(k+1|k+1)H^i(k+1)^T R(k+1)^{-1} \cdot \\ & \{z(k+1) - h[k+1, \hat{x}^i(k+1|k+1)]\} - \\ & P^i(k+1|k+1)P(k+1|k)^{-1}[\hat{x}^i(k+1|k+1) - \hat{x}(k+1|k)] \end{aligned} \quad (7.15)$$

comenzando en proceso de iteración para  $i=0$  con:

$$\hat{x}^0(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) \quad (7.16)$$

La matriz de varianzas y covarianzas asociada con  $\hat{x}^i(k+1|k+1)$  es:

$$\begin{aligned} P^i(k+1|k+1) = & P(k+1|k) - P(k+1|k)H^i(k+1)^T \cdot \\ & [H^i(k+1)P(k+1|k)H^i(k+1)^T + R(k+1)]^{-1} \cdot \\ & H^i(k+1)P(k+1|k) \end{aligned} \quad (7.17)$$

Las diferentes variantes existentes del método de Newton difieren en la forma de resolver el sistema de ecuaciones inherente al método. El objetivo de todas ellas es simplificar al máximo la evaluación de la inversa de la matriz jacobiana, bien reemplazando la matriz jacobiana por su aproximación en diferencias finitas, considerando la matriz jacobiana constante durante un número fijo de iteraciones, aproximando la matriz sólo por los elementos de su diagonal principal, etc. Esta última estrategia puede resultar de gran interés, siempre y cuando los elementos que no están en la diagonal principal de la matriz  $J$  sean muy pequeños comparados con los de la diagonal.

### 7.2.1 Robustez de los métodos tradicionales de optimización.

Los tres principales métodos de búsqueda empleados son:

- analíticos, enumerativos, y aleatorios.

Los métodos analíticos se pueden dividir en dos subtipos: directos e indirectos. Los indirectos buscan los extremos locales resolviendo el sistema de ecuaciones, generalmente no lineal, que resulta de igualar a cero el gradiente de la función objetivo. Los directos buscan los puntos óptimos moviéndose por la función, en una dirección determinada por el gradiente en el punto actual.

La escasa robustez de estos métodos viene determinada por varios factores. En primer lugar, ambos son de ámbito local, es decir, el punto óptimo que buscan es el mejor en un entorno del punto actual, con lo que se podrían escapar los puntos realmente interesantes. Además, estos métodos se apoyan en la existencia de derivadas, cuya evaluación no siempre es posible en entornos con fuertes discontinuidades. Estas y otras razones (sensibilidad al ruido, etc.) llevan a descartar estos mecanismos por ser insuficientemente robustos en determinados entornos.

Los métodos enumerativos se basan en la sencilla idea de explorar uno por uno todos los puntos del espacio de búsqueda. Representan una forma de actuar simple, que se descarta por falta de eficiencia. Los espacios de búsqueda son, en la práctica, demasiado grandes para explorarlos punto por punto.

Finalmente los algoritmos aleatorios han alcanzado gran popularidad a medida que se han reconocido las desventajas de los anteriores. Pero no se puede esperar que, a la larga, las búsquedas aleatorias sean más eficientes que una búsqueda enumerativa. Hay que aclarar que aunque se descarten también estos métodos estrictamente aleatorios no se hará así con mecanismos basados en técnicas aleatorias. Los algoritmos genéticos (AG) son un ejemplo de este tipo de técnicas.

Los algoritmos genéticos son algoritmos de optimización o adaptación basados en los mecanismos de la selección natural en los seres vivos y de la genética [Gold89]. En ellos se aprovecha la supervivencia de los individuos más adaptados dentro de una población aleatoria. Esta población se crea, a través de sucesivas generaciones, mediante el intercambio



aleatorio de la información contenida en los individuos y la adición de nuevos fragmentos de información para ampliar el rango de búsqueda. Los algoritmos genéticos han sido probados de forma teórica y empírica, proporcionando una gran robustez en búsquedas en espacios complejos.

Conviene resaltar que aun teniendo una fuerte componente aleatoria, estos algoritmos no se pueden considerar como simples búsquedas aleatorias, pues utilizan la información proveniente de generaciones anteriores para investigar en nuevos puntos del campo de búsqueda del problema, provocando una mejora de la solución. En esto se diferencia de las técnicas del tipo Montecarlo, procedimiento general para seleccionar muestras aleatorias simples de cualquier población de la que se conozca su distribución de probabilidad.

En la presente tesis se ha tomado como método de optimización para minimizar la expresión 7.7 un método de búsqueda aleatorio basado en algoritmos genéticos.

Las principales diferencias de los algoritmos genéticos frente a los demás métodos de búsqueda son principalmente:

1. los AG trabajan con una codificación del conjunto de parámetros a optimizar, y no con los parámetros mismos,
2. los AG exploran poblaciones de puntos y no puntos individuales,
3. los AG utilizan una función objetivo y no derivadas, y,
4. los AG utilizan reglas de transición probabilísticas y no deterministas.

Los AG requieren que el conjunto de parámetros a optimizar sean codificados como cadenas de longitud finita dentro de algún alfabeto finito. La opción más conveniente es, en general, codificar en binario.

Muchos de los métodos de optimización se mueven de un punto a otro del espacio de búsqueda mediante ciertas reglas que determinan el siguiente punto a estudiar. Esta forma de exploración es peligrosa ya que la probabilidad de localizar máximos locales en espacios con

varios máximos es alta. Por contrario, los AG trabajan con una larga (tanto como sea necesario) lista de puntos simultáneamente (población de cadenas) y la probabilidad de estancarse en un máximo local es por tanto menor.

Las técnicas tradicionales basan mucho su éxito en información proporcionada por derivadas, por ejemplo mediante gradientes, etc. Los AG no tienen esta dependencia ya que trabajan con valores de la función objetivo asociados a cada una de las cadenas de una población.

Finalmente, los AG utilizan reglas probabilísticas para guiar su búsqueda. Este uso de la probabilidad no significa que este método sea puramente aleatorio. Los AG llevan a cabo decisiones aleatorias como herramienta para guiar la búsqueda hacia regiones del espacio cuyos puntos tienen alta probabilidad de mejorar el valor final de la función objetivo.

### **7.3 Funcionamiento de los algoritmos genéticos.**

A pesar de que el mecanismo de funcionamiento de un AG es sorprendentemente simple, la explicación de por qué funcionan es mucho más sutil y compleja. Precisamente la simplicidad y la potencia de estos algoritmos son sus principales puntos fuertes.

#### **7.3.1 Ciclo de funcionamiento.**

El ciclo de funcionamiento de los AG (figura 7-1) se encuentra asociado a un cierto espacio de representación que podrá ser codificado a través de valores reales, alfanuméricos, de forma binaria, etc. Dentro de dicho espacio se determinará un único punto mediante el uso de una función de salud que establece un modelado del proceso de optimización basado en la mayoría de los casos en reglas de tipo probabilístico.

En la representación binaria, los AG emplean una población de cadenas binarias denominadas cromosomas para explorar el espacio de búsqueda. Cada cromosoma se

corresponde con un punto del espacio de parámetros. Estas cadenas binarias son evaluadas por su función de salud (*fitness*), de tal manera que la mejor solución estará asociada a la cadena con mayor salud. La función objetivo o función de evaluación es la encargada de proporcionar un criterio de evaluación del estado de cada cromosoma. El proceso continúa con la obtención de una nueva población en la que poder mejorar su salud. La nueva generación es producida mediante diferentes operadores genéticos. Estos operadores se encargan de que las cadenas con una salud elevada en las poblaciones antiguas sobrevivan, y que la información que contienen sea empleada en la creación de nuevas generaciones [TaMa96].

Un AG sencillo que puede proporcionar buenos resultados en muchas de las situaciones reales, está compuesto por tres operadores:

- Reproducción o selección, cruce, y mutación.

### 7.3.2 Operador de reproducción.

La reproducción es un proceso en el que las cadenas se copian a la siguiente generación de acuerdo con su función de salud. Esta función de salud se puede ver como una medida de aptitud del individuo en cuanto a su relación con lo que queremos maximizar. Si se

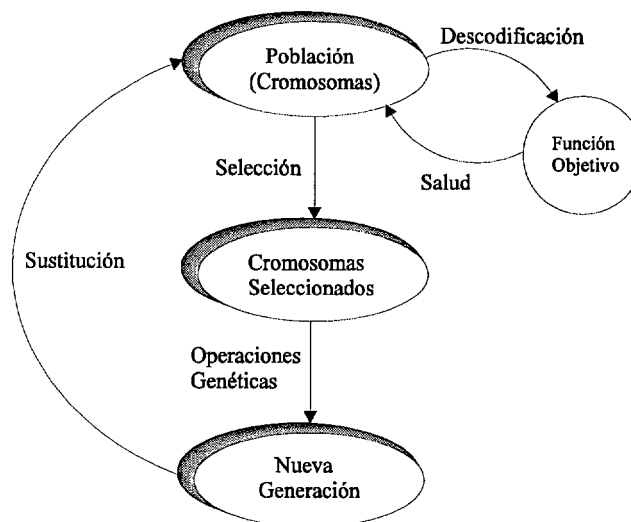


Figura 7-1. Ciclo de un algoritmo genético.

copian individuos en función de su salud se tendrá que individuos más aptos tendrán más posibilidades de estar presentes en la siguiente iteración (este operador puede considerarse como una versión artificial de la selección natural). La manera más sencilla de implementar este operador es asignar a cada individuo una probabilidad de aparecer en la siguiente generación. Esta probabilidad puede ser el cociente entre su salud y la salud total de la población. De esta forma las cadenas con mayor salud tendrán la probabilidad más alta de repetirse en sucesivas iteraciones.

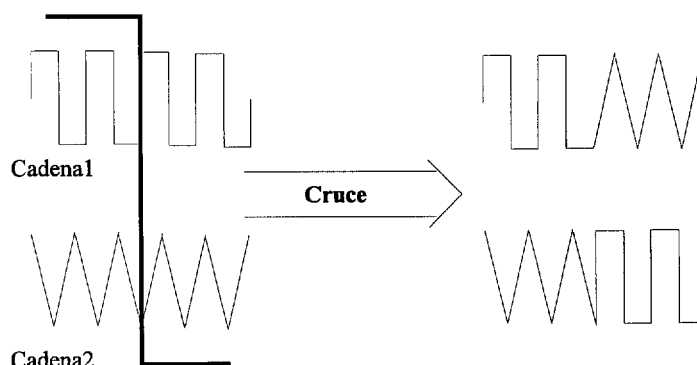
### 7.3.3 Operador de cruce.

El operador de cruce se encarga de la combinación de las cadenas binarias o cromosomas, con la finalidad de obtener nuevas generaciones con material genético de las anteriores.

La fase de cruce se puede dividir en dos pasos:

1. Los individuos de la nueva generación se emparejan aleatoriamente.
2. Cada pareja de cadenas se entrecruza seleccionando un número aleatorio entre uno y la longitud de la cadena menos uno, y se intercambian los trozos de cadena a partir de la posición dada por ese número.

Así se crean dos nuevas cadenas y una nueva población, repitiendo este mecanismo para cada pareja previamente formada (figura 7-2).



**Figura 7-2. Fase de cruce en un AG.**

### **7.3.4 Operador de mutación.**

La mutación es un operador con menor importancia que los anteriores pero imprescindible para el funcionamiento del algoritmo completo. La probabilidad de mutación para obtener unos resultados óptimos desde un punto de vista empírico es del orden de 1% por bit transferido. Para el caso de poblaciones naturales, estas probabilidades son igualmente pequeñas, lo que conduce a que este operador sea considerado como un mecanismo secundario en la adaptación de los algoritmos genéticos. El objetivo de este operador es evitar que el algoritmo encuentre zonas del espacio suficientemente buenas como para quedarse alrededor de ellas sin explorar nuevas opciones que puedan llevar a soluciones mejores.

## **7.4 Relocalización de robots móviles mediante filtros no lineales evolutivos.**

La necesidad de introducir los algoritmos genéticos en el proceso de relocalización de un robot móvil está asociada a la demanda de una mayor exactitud en el conocimiento de la posición por parte del sistema de control del vehículo, para poder cumplir con rigor los objetivos propuestos por el usuario. Como ya se ha podido ver en los capítulos anteriores, la plataforma sobre la que se ha desarrollado la presente tesis contempla dos subsistemas distintos pero complementarios para efectuar el proceso de localización según el vehículo se encuentre en entornos complejos (sistema de visión artificial) o en entornos altamente estructurados (sensores de ultrasonidos).

El objetivo fundamental del presente trabajo es intentar aprovechar las ventajas que ofrecen los AG en búsqueda de soluciones óptimas, considerando que el amplio campo que rastrean en busca de un máximo es una característica deseada en el mecanismo a implementar.

Los algoritmos genéticos constituyen una novedad en aplicaciones de control y planificación en robótica. Entre otras, se puede mencionar su uso en el ajuste de parámetros de otros controladores, como el caso del ajuste de las curvas de pertenencia de los reguladores

fuzzy; es decir, colaboran con otros controladores en lugar de trabajar de forma aislada. También han sido usados en planificación de caminos (módulo encargado de generar un camino entre dos posiciones con la finalidad de cumplir los comandos de navegación, búsqueda de referencias, etc.) y de trayectorias (módulo encargado de generar una trayectoria para que el robot recorra el segmento de camino que le fue encomendado), generando secuencias de puntos a partir de una población inicial. Yun y Xi [YuXi96] han desarrollado un sistema de propósito general basado en algoritmos genéticos, bastante flexible y efectivo, debido al uso de las constantes cinemáticas, dinámicas y de control del robot.

En [PoDuRo96] se emplea una red neuronal junto con un algoritmo genético con la finalidad de mejorar la construcción de reglas heurísticas aplicadas a un vehículo para resolver problemas asociados a la planificación de caminos y trayectorias que se plantean en aplicaciones tales como la del viajante y el reparto de correo. El objetivo final del método desarrollado es servir a un conjunto de clientes con el mínimo coste, considerando una flota de vehículos con capacidad limitada, debiendo minimizar el número de rutas (sometidas a distintas restricciones de diseño), así como el tiempo invertido en ellas.

En [KaHasHar95] los algoritmos genéticos son utilizados en la generación de trayectorias para un robot móvil que se desplaza en entornos conocidos, cuya información se encuentra almacenada en una base de datos. El método emplea la información procedente de los sensores para poder ir determinando pequeños tramos de trayectoria libres de obstáculos a través de diagramas en forma de árbol. El tamaño del segmento de trayectoria constituye uno de los parámetros a optimizar por el algoritmo.

#### **7.4.1 Estructura genética.**

Como primera aproximación a la aplicación de los AG en la solución a este problema, se partirá de la estimación de la posición y orientación del vehículo proporcionada por el algoritmo vigente según el entorno de funcionamiento, y se construirá una población aleatoria

alrededor de esta primera posición. Cada individuo de la población es un vector de 3 elementos:

- coordenadas  $x, y$  del vehículo.
- orientación  $\theta$ .

$$\{(x_1, y_1, \theta_1), (x_2, y_2, \theta_2), \dots, (x_n, y_n, \theta_n)\}$$

por tanto la población inicial estará formada por un conjunto de vectores con coordenadas aleatorias pero dentro de una zona centrada en el punto estimado, basada en la información proveniente de la matriz de incertidumbre  $P(k+1|k+1)$  asociada a la salida del filtro de Kalman.

A cada individuo de esta población se le asigna una función de salud que representa lo bueno que es ese elemento en cuanto a optimizar la solución del problema. Los detalles de la elección de la longitud de cada individuo o cromosoma y de la función salud se expondrán más adelante. De este conjunto de vectores se escoge, lógicamente, el que tiene mejor salud como centro de la siguiente población a construir. Esto se justifica considerando que el robot sigue en movimiento, con lo que posición real cambia. En caso de ser una posición estática (localización con el robot detenido), no se debe elegir otro centro de la población sino simplemente aplicar los operadores genéticos a la población inicial. De esta forma se consigue hacer una sucesión de estimaciones que mejoran las ya dadas por los algoritmos de localización.

#### **7.4.2 Codificación de los parámetros.**

Uno de los principales problemas que se plantean en las búsquedas realizadas por los algoritmos genéticos es el elevado número de grados de libertad que es preciso manejar y, sobre todo, la ausencia de reglas estrictas para su elección.

Variables tan importantes en el resultado del algoritmo, tales como:

- la longitud del cromosoma a emplear,
- el número de individuos en la población,

- la función de salud,

son específicas y diferentes para cada tipo de problema y se eligen de acuerdo a la calidad del resultado que proporcionan, y generalmente se determinan sopesando entre rapidez de ejecución y eficiencia del método.

Evidentemente, cuanto más grande sea el tamaño de la población, mayor campo de búsqueda tendremos y mayores posibilidades de encontrar mejores elementos en cada generación, pero también se producirá un crecimiento en el tiempo de ejecución del algoritmo. Inicialmente se escogió una población de 100 individuos y una longitud de cromosoma de 11 bits. El número de individuos de la población repercute directamente en la velocidad de ejecución del algoritmo, siendo un parámetro crítico según las especificaciones de tiempo requeridas.

Se ha diseñado el algoritmo de manera que pueda proporcionar, en una generación, correcciones arbitrarias en la posición y orientación del vehículo dentro de la zona de incertidumbre marcada por los elementos de la diagonal principal  $P_{k+1|k+1}(x)$ ,  $P_{k+1|k+1}(y)$ ,  $P_{k+1|k+1}(\theta)$ . La longitud de cromosoma se ha tomado de 11 bits considerando la posibilidad de generar 2048 ( $2^{11}$ ) números, 1024 positivos y 1024 negativos. El algoritmo descodifica cada cromosoma o cadena de 11 bits de acuerdo a estos parámetros.

Para crear la población inicial se generan unos cromosomas aleatoriamente con la misma probabilidad para cada bit de ser un 1 o un 0. Evidentemente, descodificando estos cromosomas se tiene una población de individuos en una elipse cuyos semiejes quedan definidos por  $P_{k+1|k+1}(x)$ ,  $P_{k+1|k+1}(y)$ , y para el caso de la orientación en una zona delimitada por la incertidumbre  $P_{k+1|k+1}(\theta)$  en la orientación del robot. Sumando a estos vectores la semilla asociada a la posición y orientación del vehículo, se obtiene la población deseada, centrada alrededor de la semilla.

A este vector de tres cromosomas o cadenas binarias se le asocia otro vector cuyas tres componentes son los valores traducidos de cada cadena según se indicó anteriormente.



También se le asociará a cada individuo un campo con el valor de la función de salud que le corresponda. Esta función de salud se ha elegido y construido de la manera que se explica a continuación.

#### 7.4.3 Funciones de salud.

El primer paso a dar es la construcción de un vector de valores ficticios para cada posición creada como se ha explicado anteriormente. Estos valores son los que se obtendrían si el robot se encontrara en estas posiciones, esto es, a cada vector de posición le corresponderá un vector con las medidas obtenidas (dependiendo del entorno estas medidas vendrán dadas por el sistema de visión artificial o por los sensores de ultrasonidos) en caso de encontrarse realmente allí. A continuación se efectúa la diferencia entre los valores realmente observados por los sensores y los valores estimados para cada posición. Es evidente que el error será menor para aquellos individuos que descodifiquen posiciones cercanas a la posición real del robot, si se tiene en cuenta que se ha concebido la función de salud en sentido positivo, es decir, la salud de un individuo es mayor cuanto más se acerca a la posición real del robot.

Las expresiones matemáticas de las funciones de coste se definen:

- Sistema de visión artificial:

$$g_l^k = \frac{1}{(\theta_{l-pan}^{k-e} - \theta_{pan}^{ob})^2 + (\theta_{l-tilt}^{k-e} - \theta_{tilt}^{ob})^2} \quad (7.18)$$

donde  $g_l^k$  es el coste de la posición correspondiente a la cadena  $l$ -ésima en la generación  $k$ -ésima,  $\theta_{l-pan}^{k-e}$ ,  $\theta_{l-tilt}^{k-e}$  son los ángulos de visión pan y tilt estimados, existentes entre la marca seleccionada y el robot, respecto de la posición  $l$ -ésima de la población en la generación  $k$ -ésima (capítulo 5).  $\theta_{pan}^{ob}$  y  $\theta_{tilt}^{ob}$  son los ángulos observados por el sistema de visión.

$$\theta_{l-pan}^{k-e} = \arcsen \left( \frac{y_{art} - y_{pat}}{\sqrt{(x_{art} - x_{pat})^2 + (y_{art} - y_{pat})^2}} \right) \quad (7.19)$$

$$\theta_{l-tilt}^{k-e} = \arctg \left( \frac{z_{pat} - Ctez_{pat}}{\sqrt{(x_{art} - x_{pat})^2 + (y_{art} - y_{pat})^2}} \right) \quad (7.20)$$

- Sensores de ultrasonidos:

$$g_l^k = \frac{1}{\sum_{i=0}^n (D_{l-s}^{k-e}(i) - D_s^{ob}(i))^2} \quad (7.21)$$

donde  $g_l^k$  es el coste de la posición correspondiente a la cadena  $l$ -ésima en la generación  $k$ -ésima,  $D_{l-s}^{k-e}(i)$  es la distancia estimada existente entre el sensor de ultrasonidos  $i$  y el segmento de entorno  $s$  seleccionado, para la posición  $l$ -ésima de la población en la generación  $k$ -ésima (capítulo 6), mientras que  $D_s^{ob}(i)$  es el valor observado por el sensor  $i$ .

$$D_{l-s}^{k-e}(i) = \frac{X_r - X_s^n}{(Y_s^n - Y_r) \operatorname{tg} \theta_s^n - \operatorname{sen}(\theta_{s-u}^i + \theta_r - \theta_s^n)(\cos \theta_p + \operatorname{sen} \theta_s^n \operatorname{tg} \theta_s^n)} \quad (7.22)$$

Las fórmulas anteriores son las que se emplean para calcular la salud de cada individuo. Para estos cálculos se necesita disponer de un vector con las medidas efectuadas por uno u otro sistema desde la posición a estimar y de una posición inicial que se toma como referencia.

Una vez determinado este error se tiene una población de individuos alrededor del punto tomado como semilla, que ya era una solución aceptable, clasificada y puntuada según su bondad. El proceso consiste en seleccionar al mejor individuo de cada generación, teniendo en cuenta las restricciones relacionadas con el tiempo que cada iteración tarda en ejecutarse y el tiempo de ciclo que presenta el proceso de localización del vehículo. El AG se ejecutará un cierto número de generaciones, obteniendo como resultado final un vector que estará vinculado al mejor individuo de la última generación realizada y que supondrá una mejora en la estimación de la posición del vehículo.

El tiempo de ejecución de los algoritmos desarrollados depende del número de individuos de la población, de la longitud del cromosoma, del número de generaciones y, obviamente, del procesador utilizado (Intel-486, 66 MHz). Se han efectuado diversas pruebas

conjugando los parámetros intrínsecos del algoritmo y la calidad de la estimación de la posición obtenida. Finalmente se ha optado por dos posibles soluciones asociadas a poblaciones de 250 elementos y desarrollos de 10 y 5 generaciones, respectivamente.

La primera de las soluciones presenta un tiempo de cómputo del orden de 5.2 s, mientras que en la segunda se invierten 2.9 s, con lo cual la disminución de la precisión en la estimación de la posición se compensa con el aumento de la frecuencia de localización. Otras combinaciones han sido desechadas por presentar tiempos de ejecución superiores, que hacen inviable su implantación en el vehículo real, a pesar de proporcionar mejores resultados en los experimentos off-line.

### 7.5 Resultados experimentales.

En este apartado se presentan diferentes pruebas con el vehículo detenido, con la finalidad de evaluar la mejora que supone la introducción de método anteriormente descrito en el proceso de localización del vehículo. Los experimentos corresponden a un algoritmo que desarrolla diez generaciones.

En las figuras 7-3 y 7-4 se muestra la evolución del error de posición y orientación del vehículo, al introducir al sistema errores respectivos de 20 cm y 10° en su posición inicial. En

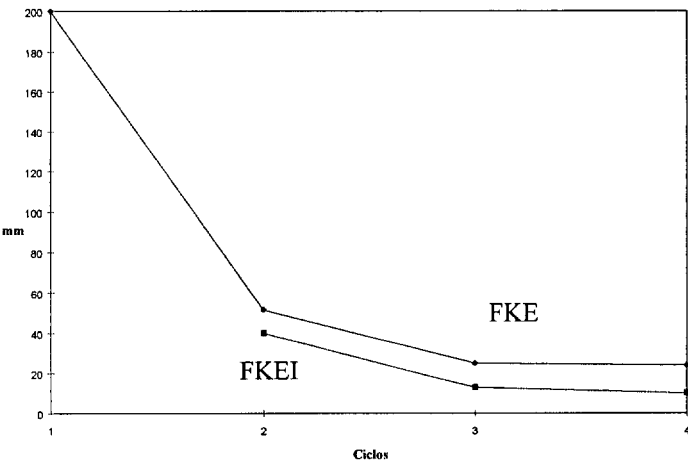


Figura 7-3. Localización en posición con AG (1).

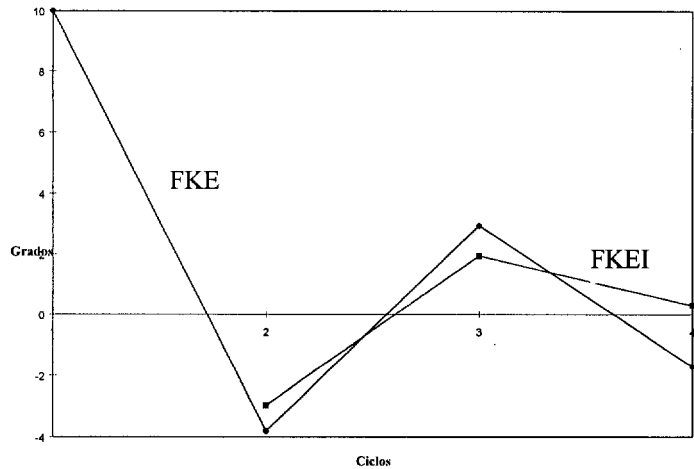


Figura 7-4. Localización angular con AG (1).

ambas gráficas aparece la corrección asociada al método de la proyección descrito en el capítulo 6, basado en un filtro de Kalman extendido (FKE), y la proporcionada por el filtro de Kalman Extendido iterado (FKEI) desarrollado mediante el algoritmo evolutivo presentado en los apartados anteriores, poniéndose de manifiesto la mejora en la estimación de la posición del vehículo al hacer el proceso iterativo.

Por último, se han introducido simultáneamente errores de posición y ángulo en la posición inicial del vehículo. Las correcciones obtenidas quedan reflejadas en las figuras 7-5 y 7-6. Tras los primeros ciclos el error queda acotado en una franja del orden de 15 mm y 1.5°.

En las gráficas anteriores, se aprecia la mejora que produce la implantación del método

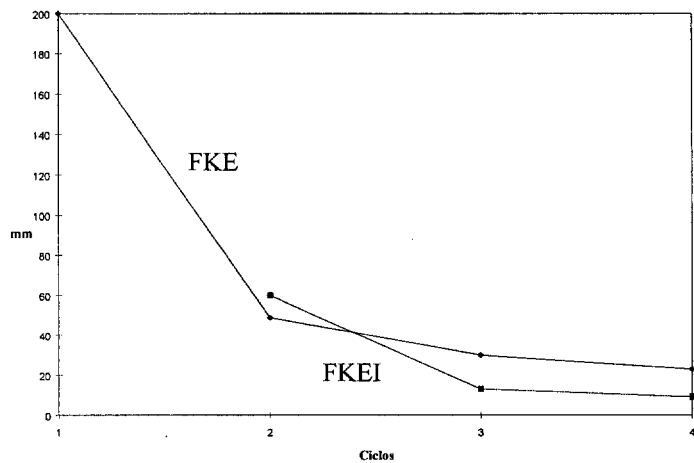


Figura 7-5. Localización en posición con AG (2).

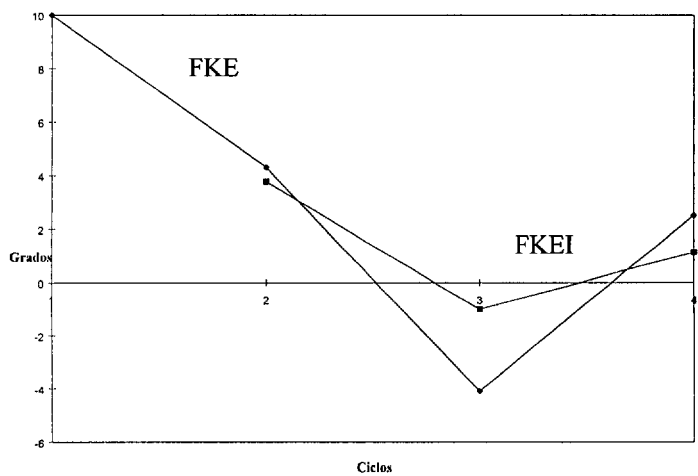


Figura 7-6. Localización angular con AG (2).

descrito en el proceso de localización. El principal inconveniente radica en el elevado tiempo de ciclo que requiere para su ejecución, del orden de 15 veces el necesario para los métodos descritos en los capítulos anteriores.

Los resultados de relocalización con el vehículo en movimiento empleando el algoritmo evolutivo descrito, se muestran en el capítulo 8.



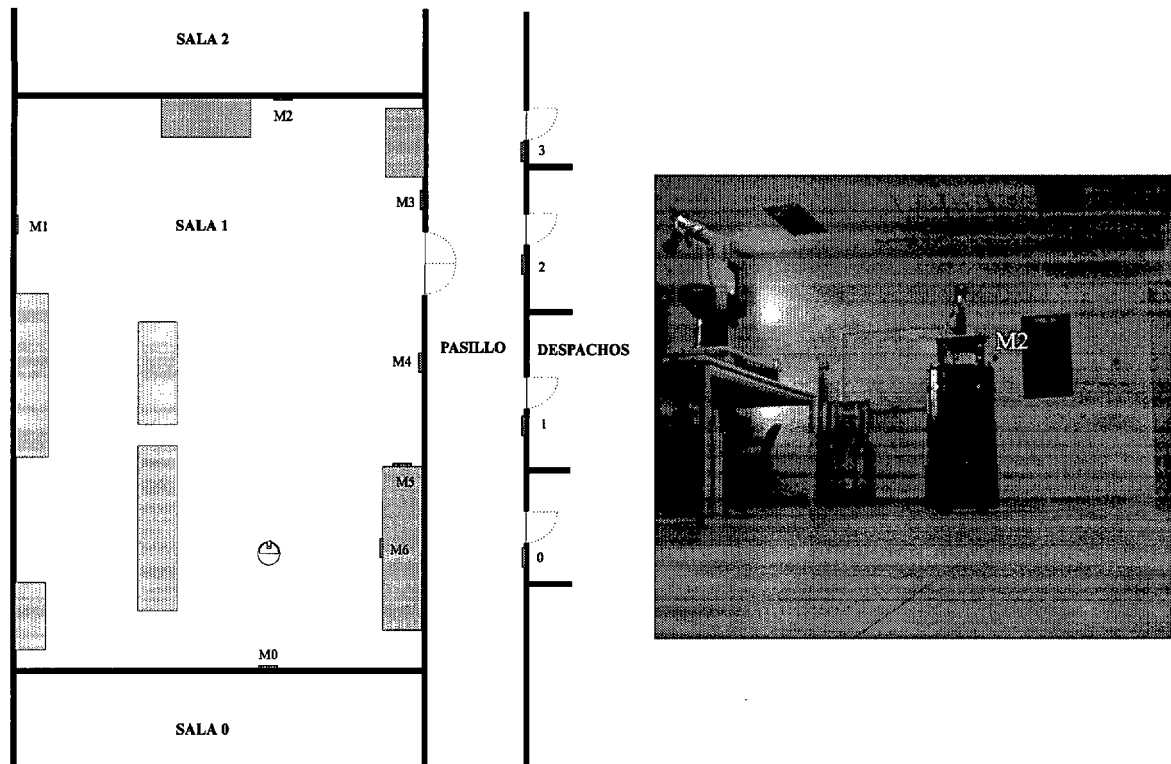
## Resultados experimentales.

---

### 8.1 Introducción.

Los resultados experimentales descritos en este capítulo fueron obtenidos en diferentes escenarios de la universidad (figura 8.1). En las distintas trayectorias propuestas, el vehículo se ha desplazado a una velocidad media del orden de 30 cm/s.

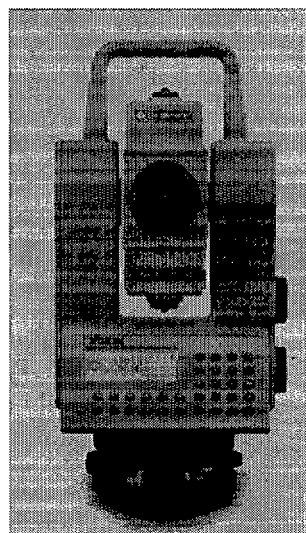
Como sensor externo que permita posicionar el vehículo ha sido utilizado un telémetro Geodimeter System 600, que trabaja en el espectro infrarrojo. El método de medida se basa en la comparación de fase entre la señal transmitida y recibida. Su rango de funcionamiento permite medir distancias desde 0.2 m a 2500 m con un prisma. La precisión



**Figura 8-1. Entorno de trabajo.**

---

del telémetro es del orden de  $\pm 5$  mm. El sistema presenta un modo de seguimiento del prisma, proporcionando cuatro medidas por segundo. El telémetro (figura 8-2) se puede conectar a un computador a través del canal serie RS-232.



**Figura 8-2. Geodimeter System 600.**

---



En los apartados siguientes se pretende analizar la bondad de los algoritmos descritos en la presente tesis, en diferentes entornos y con sensores distintos. En todos los casos se han considerado una serie de caminos definidos por un conjunto de puntos objetivo proporcionados por el planificador de trayectorias, que el vehículo deberá recorrer secuencialmente en su totalidad. Los puntos se consideran alcanzados cuando el robot se encuentra a una distancia inferior a 50 cm o bien los ha sobrepasado según la vertical respecto del punto anterior.

## **8.2 Relocalización mediante marcas.**

En la figura 8-3 se plantea una trayectoria rectilínea de 6.5m de longitud. Dicho camino queda definido por cuatro puntos objetivo que deberán ser alcanzados por el vehículo en un recorrido en ambos sentidos. La gráfica muestra la posición del vehículo asociada a las lecturas de la odometría y la dada por el sensor externo de medida, considerando que se pretende completar la misión sin relocalizar el vehículo.

En dicha figura se puede apreciar el error cometido en la orientación al efectuar el giro de 180° al final del camino, que provoca un error final en posición del orden de 19 cm en el punto de llegada.

En la figura 8-4 se ha considerado el mismo camino que en la situación anterior, pero utilizando el sistema de localización basado en la detección de marcas artificiales. El vehículo ha sido colocado en la posición de partida con un cierto error inicial, que permita apreciar las diferencias existentes entre la posición dada por el sensor de odometría y la externa antes de efectuar su relocalización.

El vehículo se relocaliza en el camino de retorno al punto de partida (círculo discontinuo), en dicho punto se puede distinguir el salto en la posición odométrica producto del proceso de localización hacia la posición real dada por el Geodimeter. El vehículo es capaz de alcanzar el punto final con un error inferior a 7 cm.

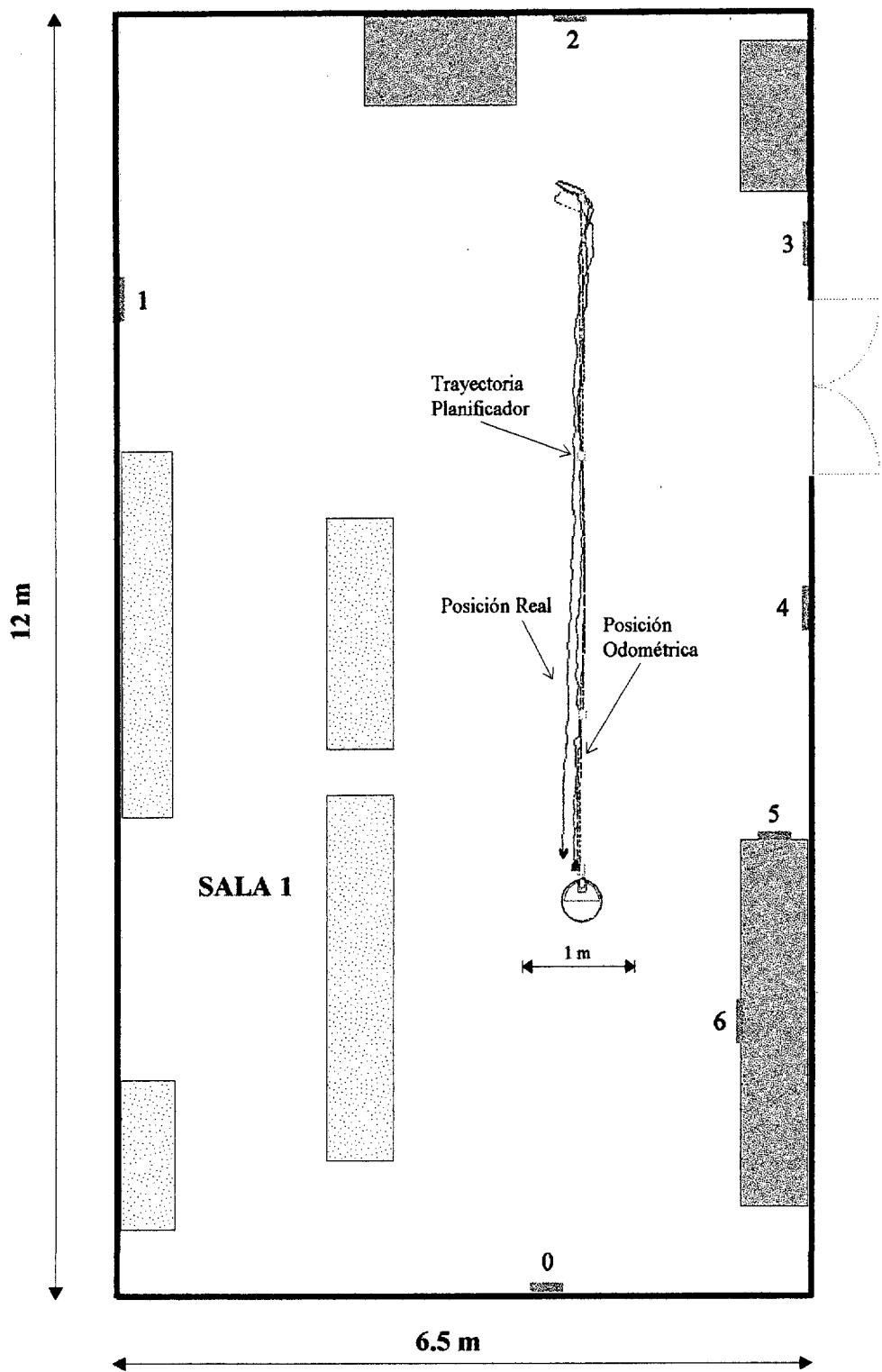


Figura 8-3. Camino 1 sin relocalización.

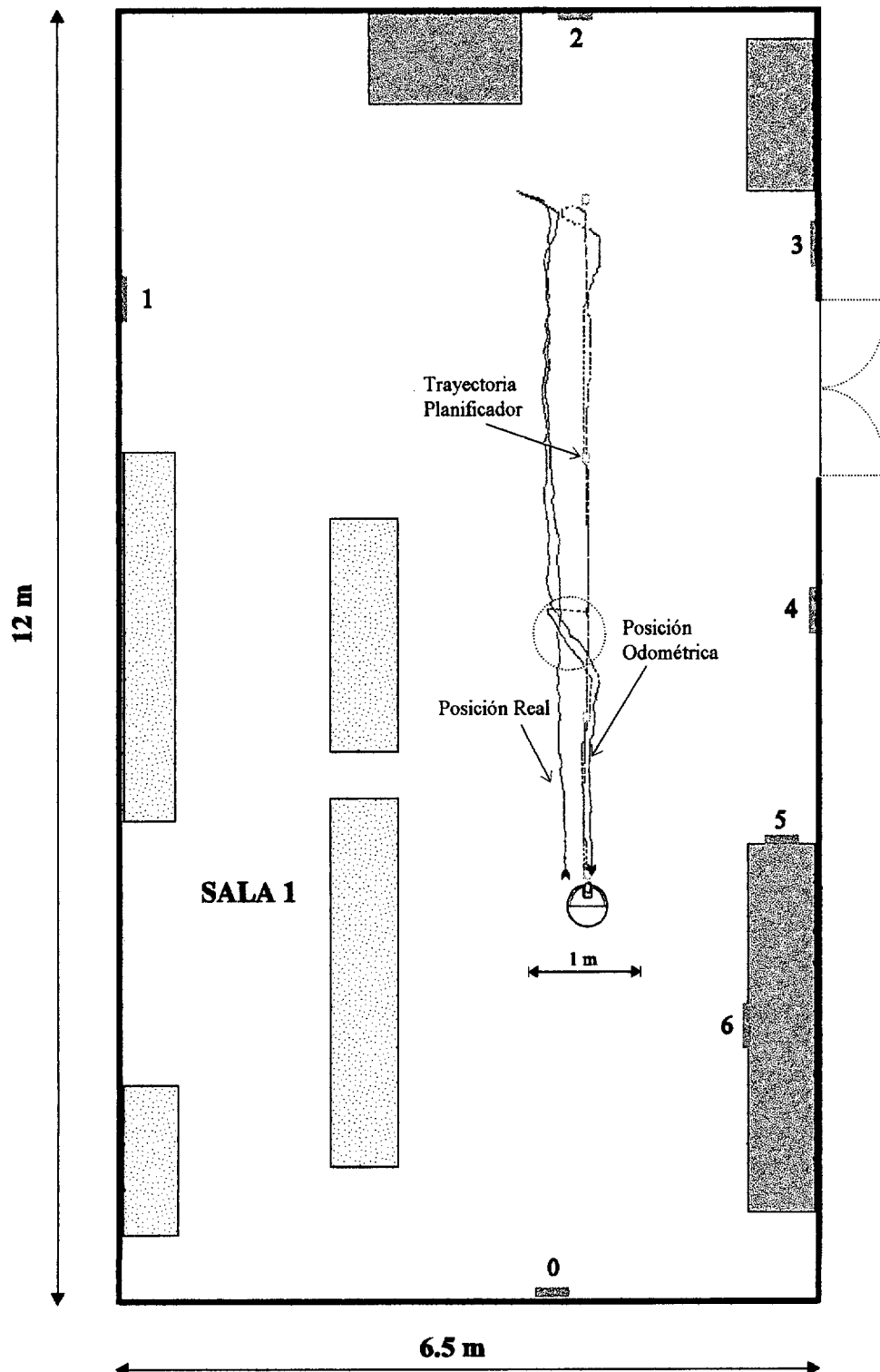


Figura 8-4. Camino 1 con relocalización.

En la figura 8-5 se plantea una trayectoria más complicada de 19m de longitud y compuesta por nueve puntos objetivo. Debido a los giros que precisa realizar el vehículo para alcanzar los distintos puntos, se puede advertir un aumento del error en la orientación, que provoca un incremento en los errores de posición (X, Y). En la figura se aprecia que la separación entre la posición odométrica y la medida con el sensor externo aumenta con los giros efectuados, que conducen a un error final en la posición del orden de 22 cm.

En la figura 8-6 se repite el camino anterior, empleando el método de localización mediante marcas. Al igual que en el caso anterior se produce un incremento del error debido a los giros, pero en esta ocasión, con el aumento de la incertidumbre en la posición del vehículo, se fuerza el proceso de localización. En la figura se aprecia la reducción del error en la posición con las diferentes relocalizaciones efectuadas.

A continuación se pretende analizar el aumento del error en la posición del vehículo al repetir de forma cíclica el último camino propuesto. En la figura 8-7 se muestra la gráfica correspondiente a la posición del robot móvil según el sensor externo, cuando se repite el camino en dos ciclos consecutivos sin relocalizaciones. En dicha figura se pone de manifiesto el aumento del error en cada uno de los ciclos efectuados, provocando un error en la posición final del orden de 30 cm.

En la figura 8-8 se ha repetido el experimento anterior utilizando el sistema de relocalización basado en marcas, provocando una apreciable disminución del error en la posición del vehículo.

Debe hacerse notar que en los distintos experimentos, el camino propuesto no ha sido calculado con la intención de facilitar el proceso de localización, por ello se pueden observar situaciones en las que a pesar de que el error en la posición es elevado, el vehículo no se relocaliza debido a la ausencia de marcas idóneas según las restricciones mencionadas en capítulos anteriores.

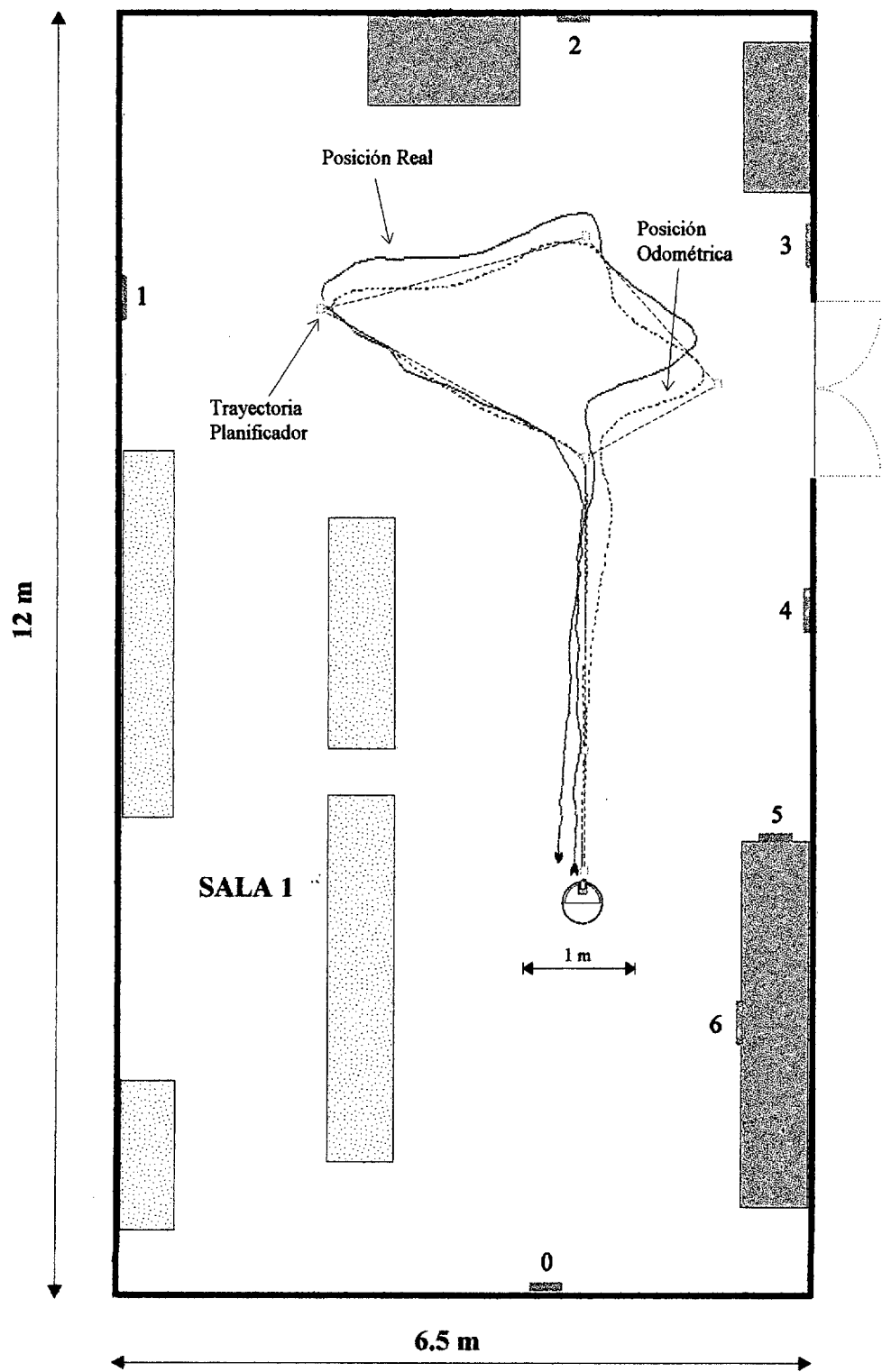


Figura 8-5. Camino 2 sin relocalización.

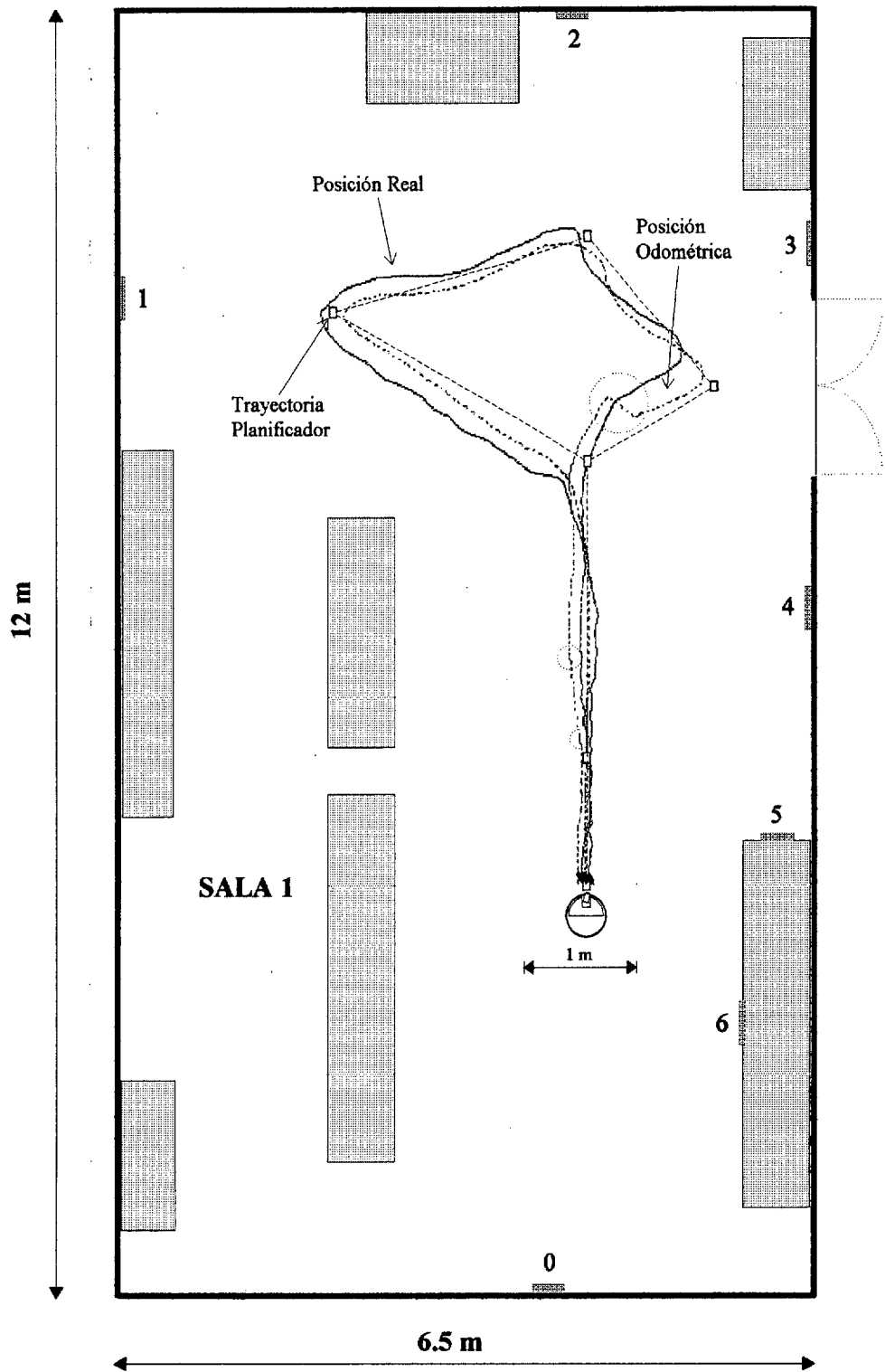


Figura 8-6. Camino 2 con relocalización.

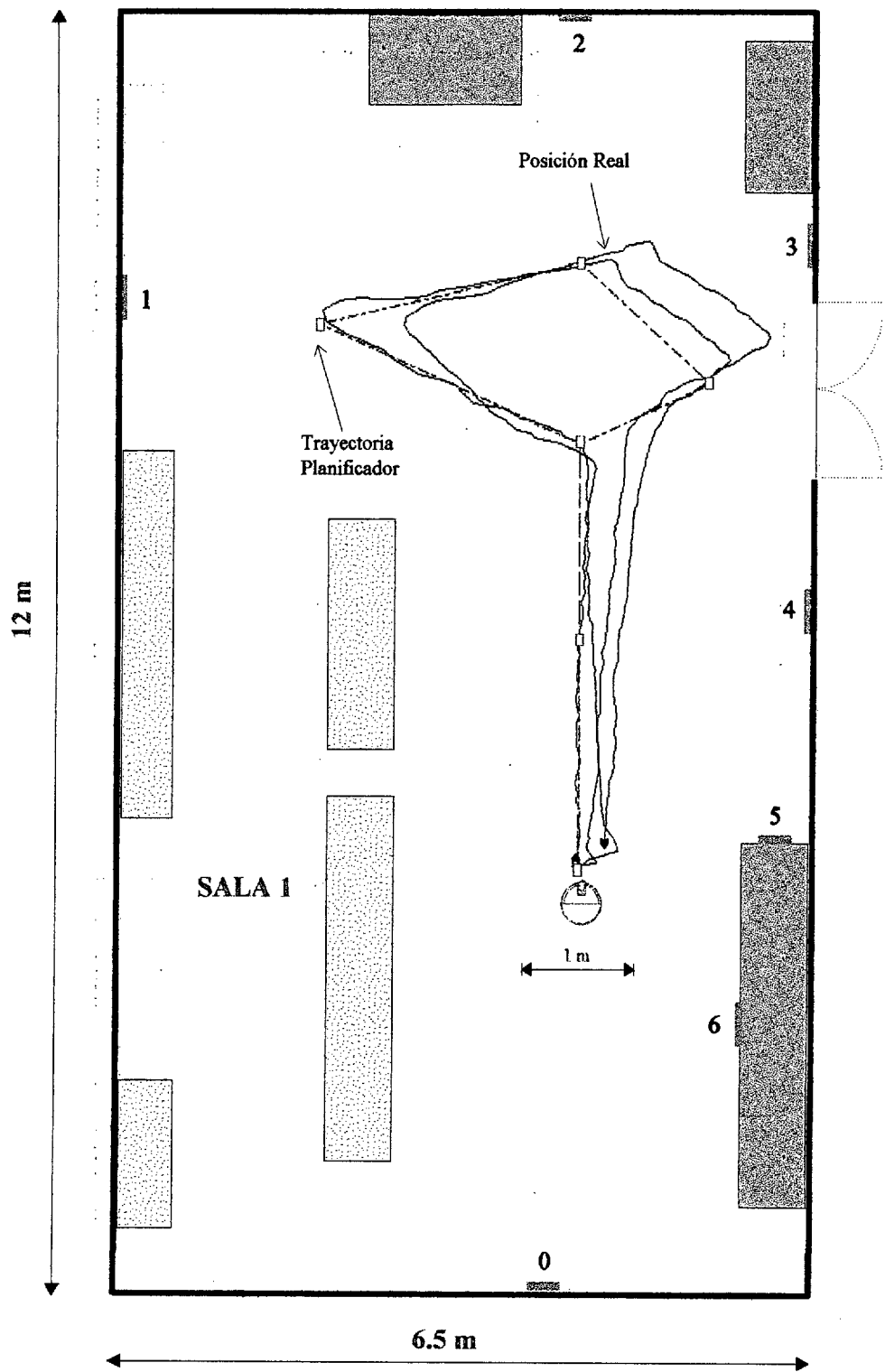


Figura 8-7. Camino 2 sin relocalización (2 ciclos).

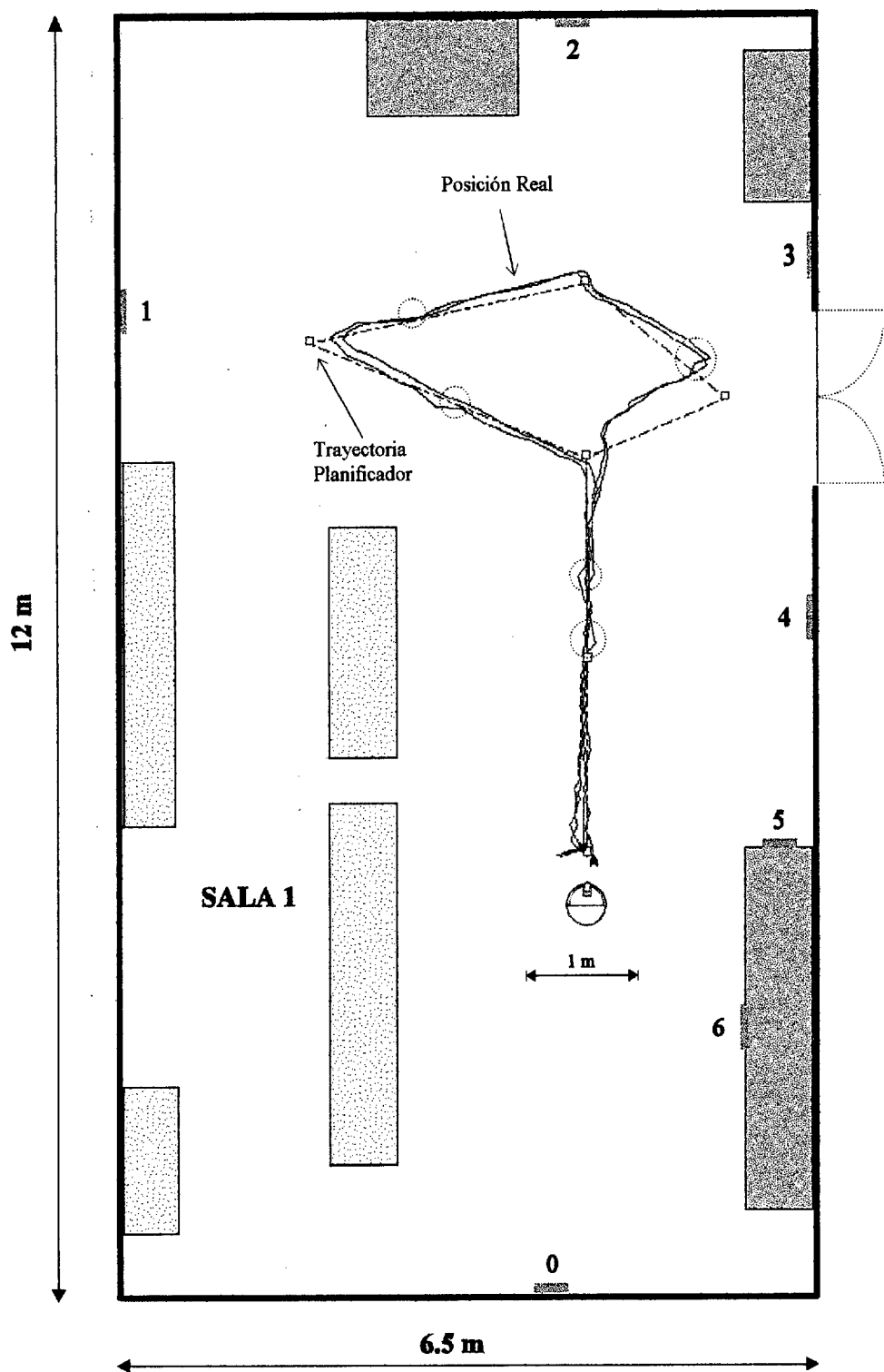


Figura 8-8. Camino 2 con relocalización (2 ciclos).



Con la finalidad de comprobar la fiabilidad y robustez del sistema de relocalización mediante marcas se ha realizado un estudio comparativo, basado en la medición de la posición final del vehículo una vez completada la trayectoria propuesta, entre las misiones sin y con relocalización. Los resultados obtenidos de dicho estudio se muestran en la siguiente tabla:

Trayectoria	Nº ciclos	Longitud	Sin relocalización		Nº rel.	Con relocalización	
			E <sub>x</sub>	E <sub>y</sub>		E <sub>x</sub>	E <sub>y</sub>
Camino 1	1	13 m	15.8 cm	8.8 cm	1	6.2 cm	3.2 cm
Camino 1	4	52 m	49.3 cm	27.6 cm	4	8.1 cm	4.3 cm
Camino 2	1	19 m	18.9 cm	11.2 cm	3	6.1 cm	4.5 cm
Camino 2	2	38 m	25.2 cm	16.1 cm	5	5.8 cm	5.1 cm
Camino 2	4	76 m	61.7 cm	37.3 cm	11	7.4 cm	5.9 cm

Tabla 8-1. Estudio comparativo de errores.

Los resultados anteriores ponen de manifiesto la acotación del error en posición para los caminos realizados con el sistema de relocalización, dentro de unos márgenes aceptables para la consecución de la misión. Es preciso considerar que las trayectorias propuestas no son óptimas desde el punto de vista de facilitar el proceso de relocalización y que el vehículo en ninguno de los casos se ha relocalizado en la posición de llegada.

Otro aspecto importante a considerar, es el número de relocalizaciones requeridas en cada camino. De la tabla anterior se deduce que la frecuencia de relocalización depende de las variaciones en orientación necesarias para seguir el camino, esquivar obstáculos, etc., que precise realizar el vehículo, pudiendo considerar como valor medio una relocalización cada 7.7 m.

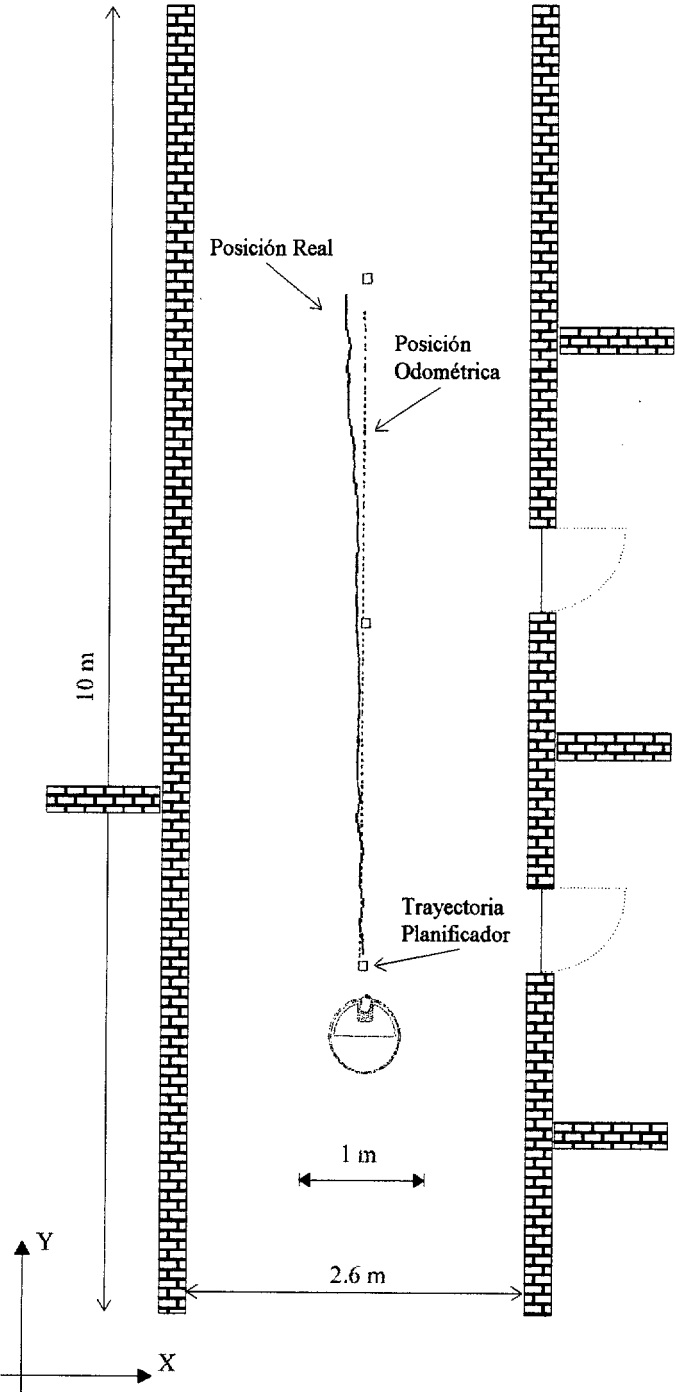


Figura 8-9. Camino 4 sin relocalización.

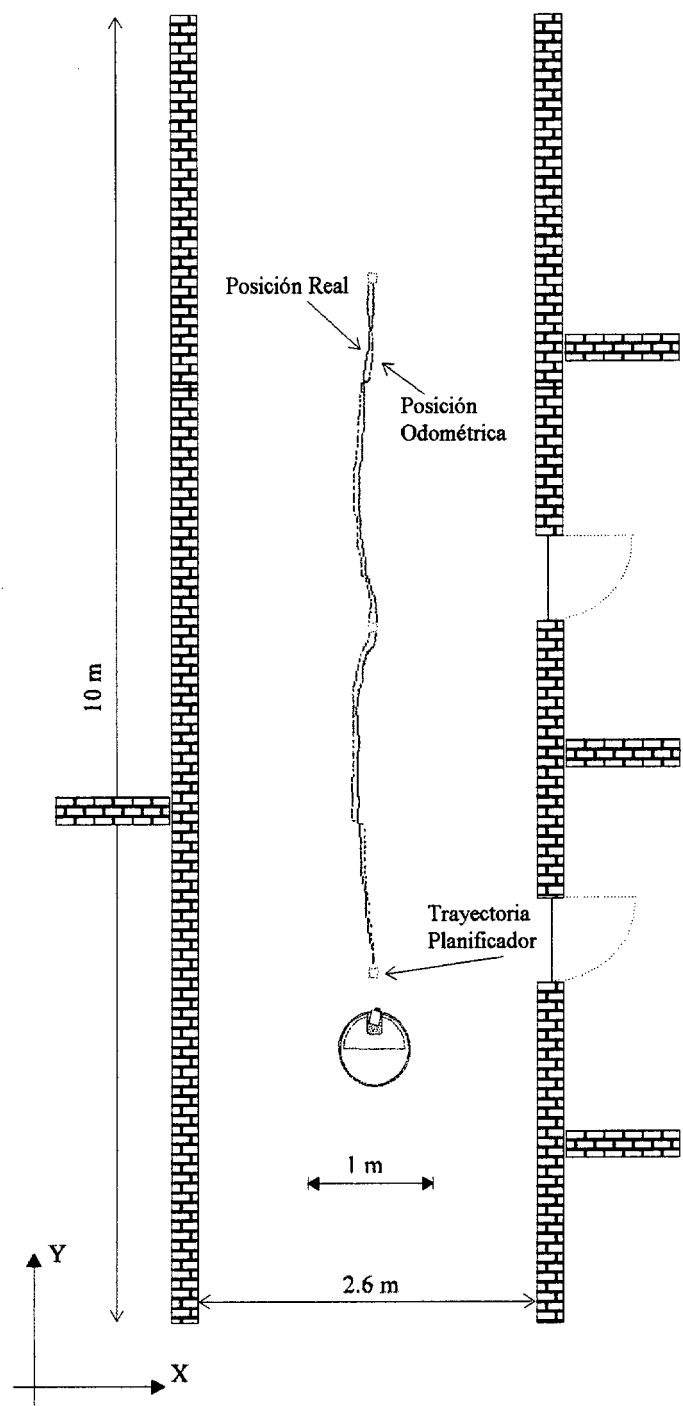


Figura 8-10. Camino 4 con relocalización.

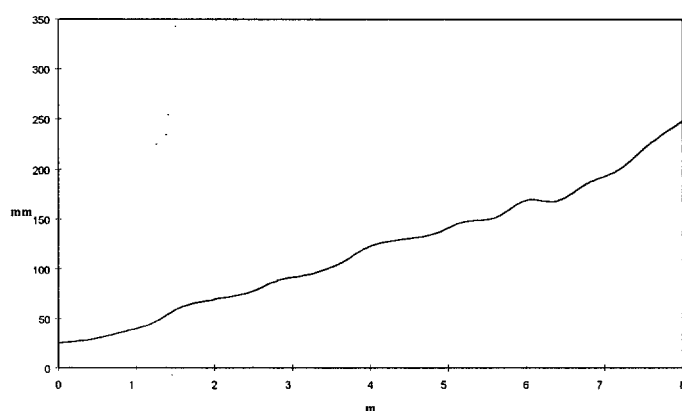
### 8.3 Relocalización mediante ultrasonidos.

A diferencia del anterior método de relocalización, el algoritmo desarrollado para la localización del vehículo en pasillos y corredores, basado en el empleo de los sensores de ultrasonidos permite relocalizar el robot cada 250 ms.

En la figura 8-9 se propone un camino rectilíneo por el centro del pasillo de 5 m de longitud, constituido por tres puntos objetivo. En la gráfica se puede apreciar el aumento del error en la posición del vehículo con el avance, que conduce a un error final en la posición del orden de 14cm. En la figura 8-10 se muestra el mismo experimento empleando el algoritmo de localización. En dicha gráfica se pone de manifiesto el carácter reactivo del sistema de control del robot al introducirle continuas correcciones en la posición.

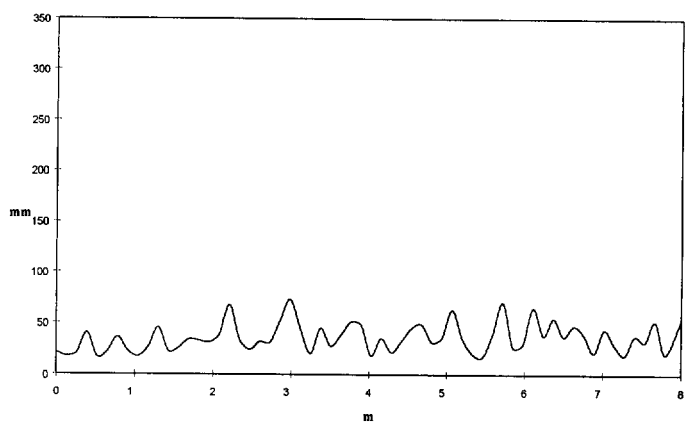
Para ambas casos se ha realizado un estudio estadístico del error cometido en la posición del vehículo para una trayectoria rectilínea de 8m de longitud. En la figura 8-11 se muestra el crecimiento del error en la posición del vehículo sin relocalización.

Cuando el sistema utiliza el método de relocalización, el error en posición queda acotado, según se indica en la figura 8-12. El error medio cometido a lo largo del experimento es de 44.6 mm con una desviación típica de 16.6 mm, siendo el error máximo obtenido en



**Figura 8-11. Evolución del error de posición del vehículo sin relocalización (1).**

---

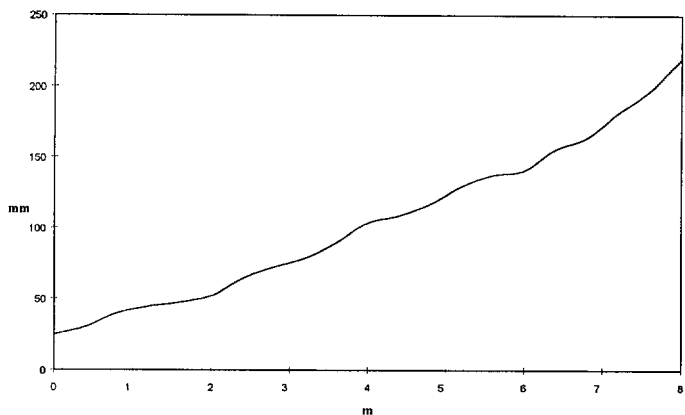


**Figura 8-12. Evolución del error de posición del vehículo con relocalización (1).**

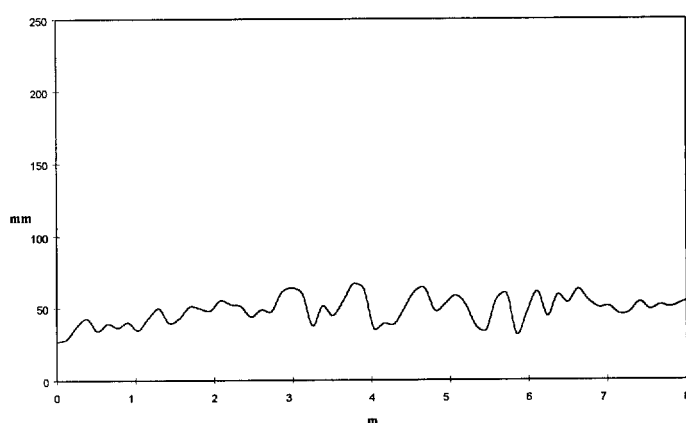
toda la trayectoria de 77.9 mm.

El siguiente experimento se ha realizado sobre un camino recto de 5m de longitud, inclinado respecto al eje del pasillo, dicho camino queda definido, al igual que en el caso anterior, por tres puntos objetivo. En las figuras 8-15 y 8-16 se muestran las gráficas obtenidas.

El análisis de los errores en la posición del vehículo para un camino rectilíneo inclinado de 8m de longitud, muestra su crecimiento con el avance del vehículo, al igual que en el experimento anterior (figura 8-13).



**Figura 8-13. Evolución del error de posición del vehículo sin relocalización (2).**



**Figura 8-14. Evolución del error de posición del vehículo con relocalización (2).**

---

El error medio cometido en el experimento con relocalización es de 42.2 mm, siendo su desviación típica de 15.1 mm (figura 8-14) y el error máximo de 71.1 mm.

Una vez analizada la evolución de los errores cometidos por el sistema odométrico del vehículo, se plantea un camino recto de longitud 7.5 m, centrado en el pasillo, con trayectoria de ida y vuelta, que permita examinar la evolución de los errores y su acotación por el sistema de relocalización.

La figura 8-17 muestra la posición del vehículo dada por el sistema odométrico y el sensor externo de medida. En dicha gráfica se aprecia el crecimiento de la deriva angular, y el error final en posición (21 cm), debidos en gran parte al giro de 180° que se obliga a realizar al vehículo para volver al punto de inicio.

En la figura 8-18 se ha representado la posición del vehículo empleando el sistema de localización y la posición medida por el sensor externo, en ella se aprecia de nuevo el carácter reactivo del piloto, fruto de las variaciones introducidas en la posición por el localizador. En dicha gráfica queda patente el acotamiento del error a lo largo de toda la trayectoria, corrigiéndose el error en la orientación en el punto de pivotamiento.

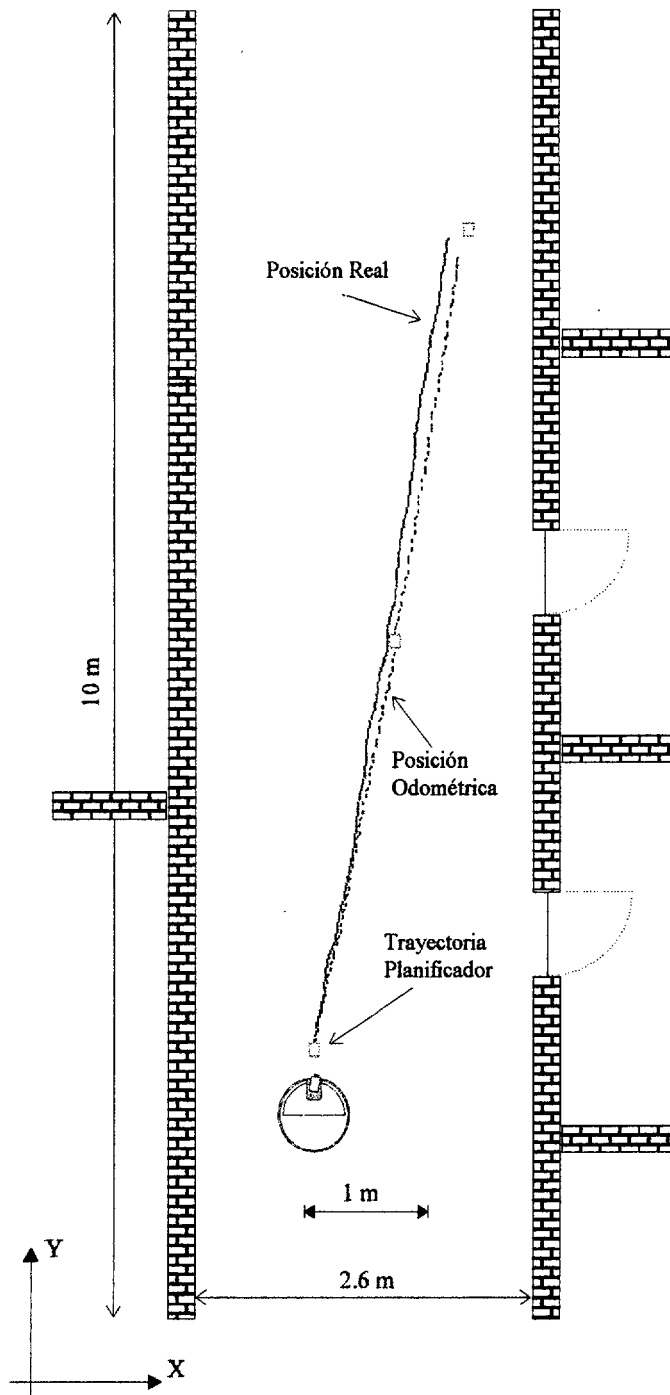


Figura 8-15. Camino 5 sin relocalización.

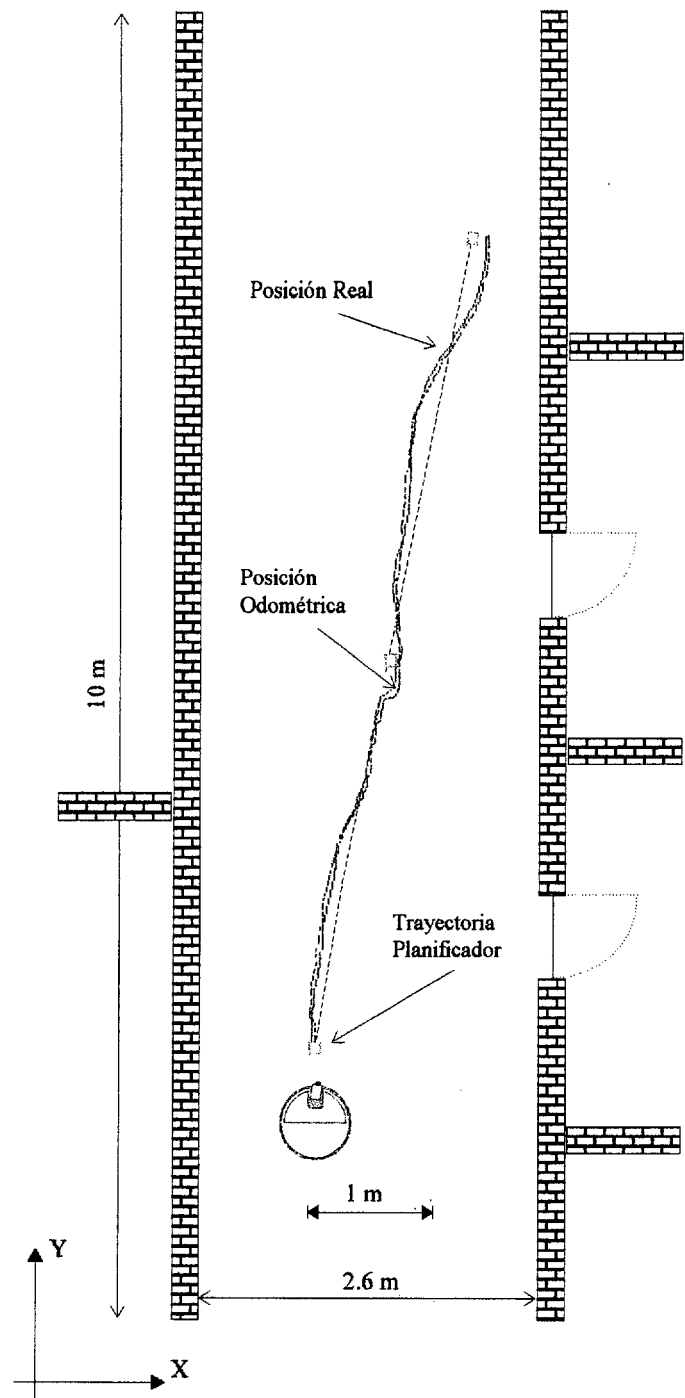
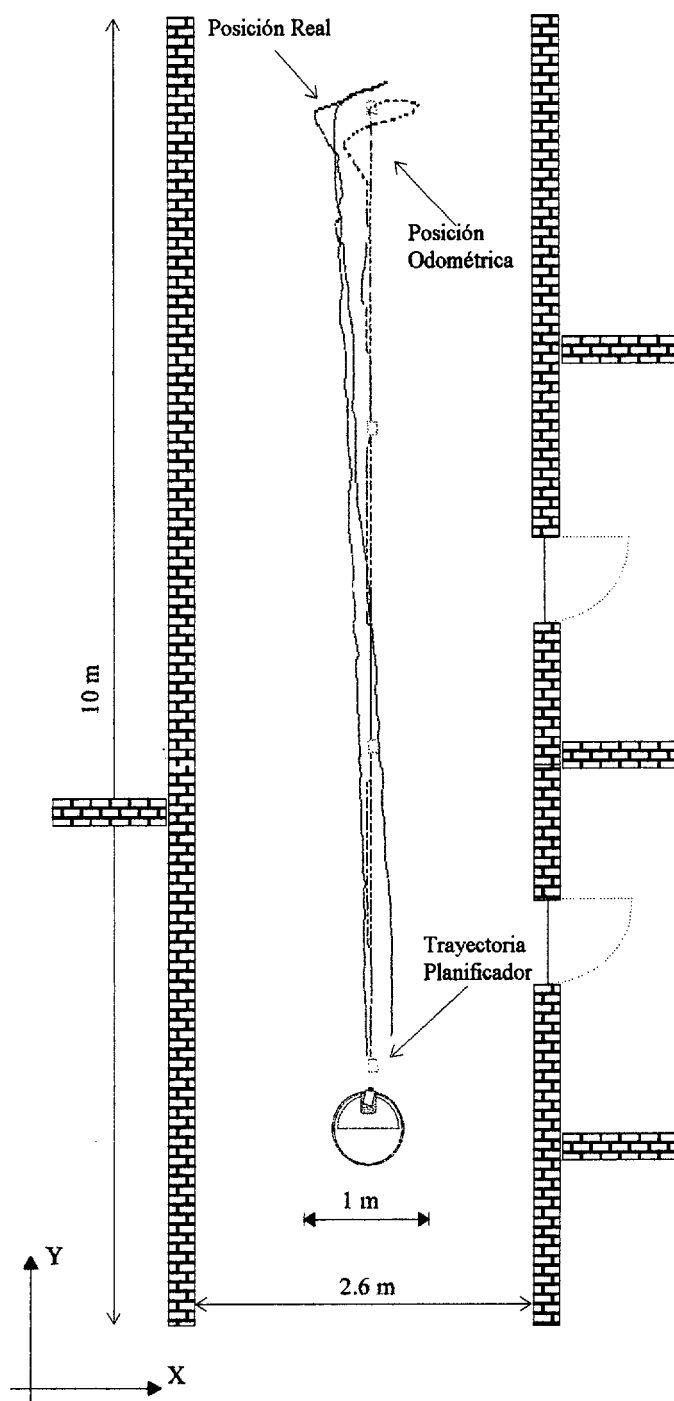


Figura 8-16. Camino 5 con relocalización.



**Figura 8-17. Camino 6 sin relocalización.**

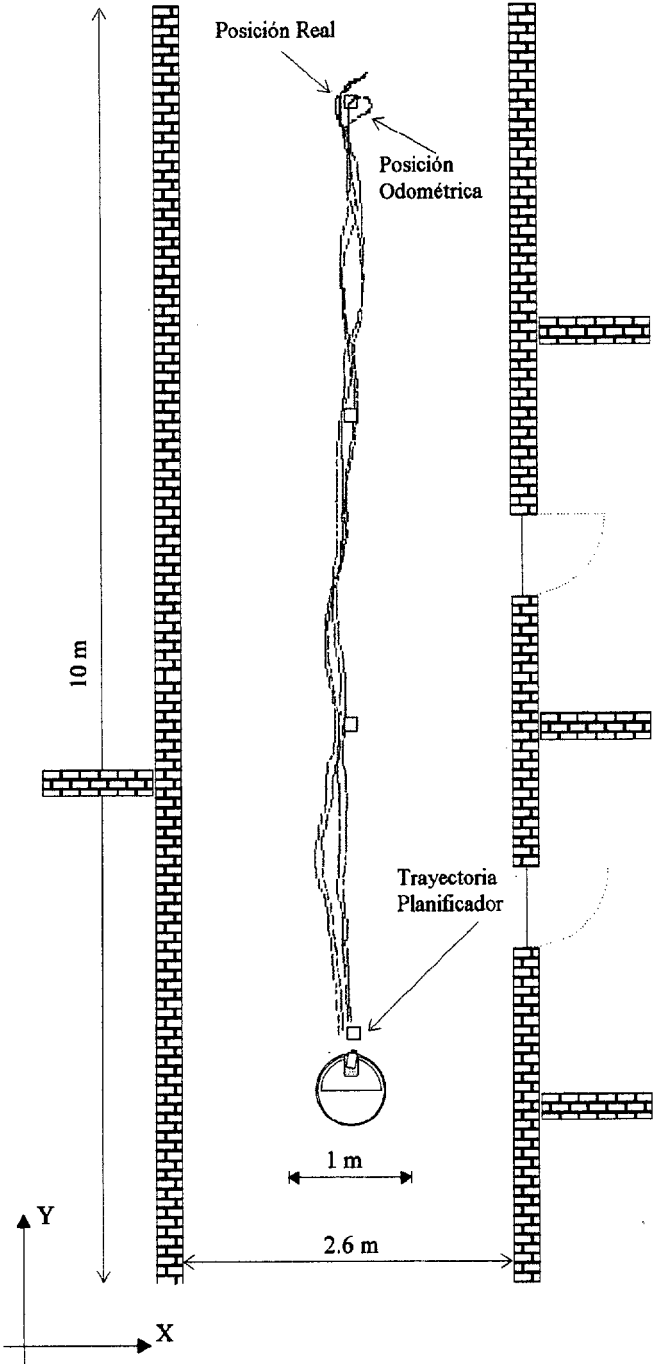


Figura 8-18. Camino 6 con relocalización.

### 8.4 Relocalización mediante filtros no lineales evolutivos.

En las figuras 8-19 y 8-20 se propone un camino de 5 m de longitud por el centro del pasillo, constituido por tres puntos objetivo. El método de localización empleado está basado en el filtro no lineal evolutivo comentado en el capítulo 7, utilizando como información sensorial las lecturas de los sensores de ultrasonidos.

En la figura 8-19 se ha empleado un algoritmo genético con una población del 250 elementos y 10 generaciones, siendo el tiempo de cómputo necesario del orden de 5 s. El algoritmo empleado en la figura 8-20 utiliza una población de 250 elementos y 5 generaciones, disminuyendo su tiempo de cómputo a 3 s.

En ambas gráficas se aprecia el carácter discreto de este método de localización debido al coste computacional de los algoritmos. Los puntos en los que se ha efectuado la localización se han marcado con un círculo de trazo discontinuo.

A continuación se muestran unas tablas comparativas con los errores de posicionamiento cometidos por el FKE basado en la método de la proyección y el FKEI en los puntos de relocalización señalados en cada gráfica. Es preciso considerar el carácter discreto del proceso, que afecta tanto al número de sensores filtrados como a la estimación proporcionada por el método de la proyección.

250 elem. x 10 gen.	Nº de sensores	Error FKE (cm)	Error FKEI (cm)
Punto 1	6	5.7	4.2
Punto2	5	6.9	4.6
Punto 3	4	7.6	5.8
Punto 4	5	6.1	4.9

Tabla 8-2. Errores en posición asociados al algoritmo evolutivo de 250 elementos y 10 generaciones.

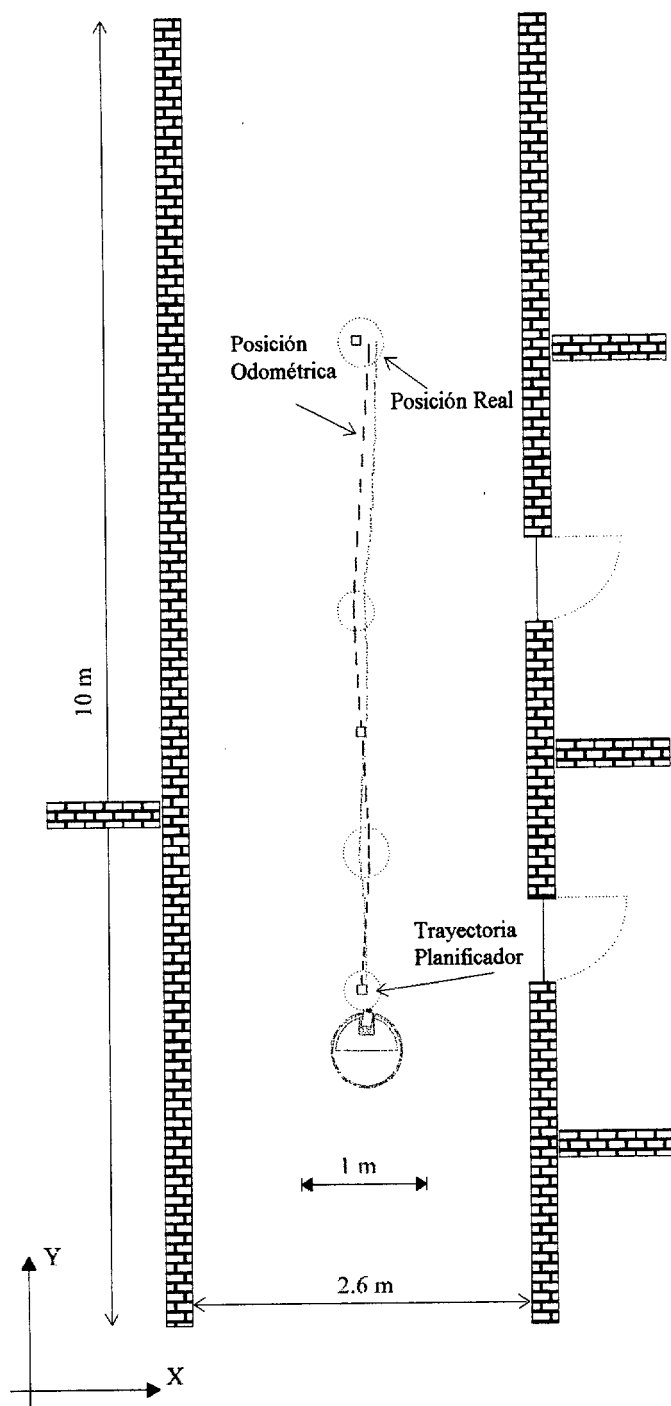


Figura 8-19. Localización basada en filtros no lineales evolutivos (1).

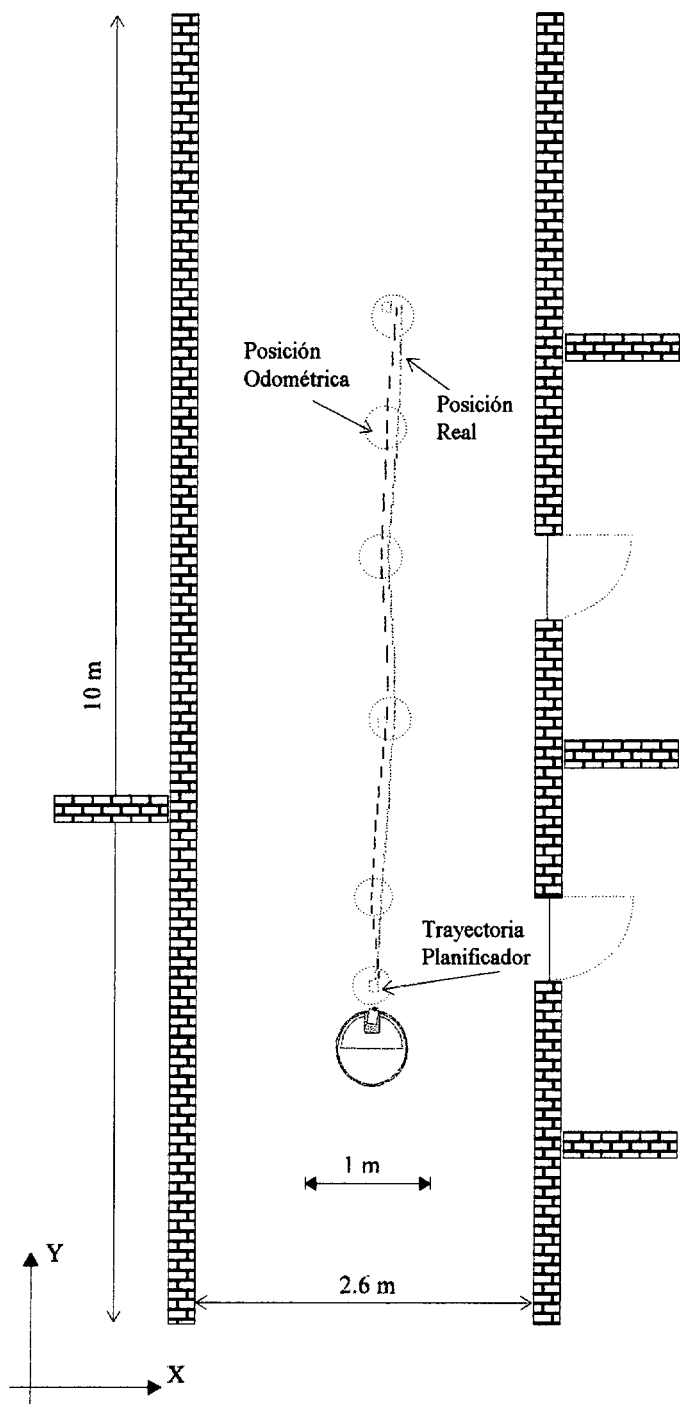


Figura 8-20. Localización basada en filtros no lineales evolutivos (2).

250 elem. x 5 gen.	Nº de sensores	Error FKE (cm)	Error FKEI (cm)
Punto 1	6	4.9	3.9
Punto 2	5	6.7	5.5
Punto 3	5	5.6	4.8
Punto 4	4	6.2	5.6
Punto 5	4	7.8	6.7
Punto 6	5	6.3	5.4

**Tabla 8-3. Errores en posición asociados al algoritmo evolutivo de 250 elementos y 5 generaciones.**

De los resultados mostrados por ambas tablas podemos sacar las siguientes conclusiones:

- El algoritmo evolutivo de 250 elementos y 10 generaciones proporciona una disminución en el error de posición del vehículo del orden de 1.2-2.3 cm en cada punto de localización.
- El algoritmo evolutivo de 250 elementos y 5 generaciones ofrece unas correcciones inferiores a las anteriores (0.6-1.2 cm), compensando la pérdida de precisión con la mejora del tiempo de computo requerido para su ejecución.

## **Conclusiones.**

---

### **9.1 Aportaciones.**

Esta tesis se ha centrado en el estudio y desarrollo de técnicas y algoritmos de integración de información sensorial, para localización geométrica de robots móviles. La aportación más importante reside en el diseño de un sistema de localización basado en la percepción del entorno para poder utilizar robots móviles en entornos interiores.

La arquitectura de localización propuesta está constituida por una estructura jerárquica de diferentes niveles que posibilita la ejecución en paralelo de los distintos algoritmos, así como

la comunicación con el supervisor general del sistema. Se ha pretendido que esta plataforma sea lo más flexible posible, capaz de adaptarse a las necesidades de cada tipo de tarea y aportando la posibilidad de definir misiones completas en las que participen varios robots.

El planificador de la percepción desarrollado mejora el proceso de localización, al considerar las características del sistema sensorial, la forma de funcionamiento del módulo de pilotaje del vehículo, la información procedente del planificador de trayectorias y la disposición de las marcas externas empleadas.

El módulo de supervisión combina técnicas fuzzy y de planificación con la finalidad de ejecutar la localización durante la misión encomendada sobre una arquitectura de control reactiva. También se encarga de la conmutación de los algoritmos y sensores empleados en cada situación, aportando flexibilidad y robustez al sistema, al poder efectuar el proceso de relocalización en movimiento.

Para solucionar el problema de la localización en los entornos de trabajo propuestos se han desarrollado distintos algoritmos de percepción e integración de la información sensorial, a partir de un sistema de visión artificial con una óptica de tipo zoom y con un coste computacional razonable, que permiten al robot buscar y detectar el conjunto de marcas empleadas. Dichos algoritmos no presentan limitaciones angulares en el movimiento de la cámara, ofreciendo en el proceso de adquisición un amplio rango de distancias a la marca. Considerando las no linealidades del sistema, la integración de la información sensorial se ha realizado a través de un filtro de Kalman extendido.

Se ha desarrollado un algoritmo de localización para entornos altamente estructurados, que considera la información geométrica obtenida por un anillo de ultrasonidos de forma global, con la finalidad de compensar los errores individuales de cada sensor y disminuir el tiempo de cómputo. El método descrito realiza el proceso de relocalización del vehículo en movimiento, proporcionando un grado de convergencia bastante elevado y una mayor inmunidad al ruido en la medida del sensor.



Como consecuencia del carácter modular de los métodos de estimación de la localización descritos, basados en la integración de información geométrica, no se plantean grandes complicaciones para la incorporación de nuevos algoritmos y métodos, para la identificación de marcas pertenecientes al entorno de trabajo o artificiales, que faciliten y aseguren el proceso de localización.

Como novedad en la integración de la información sensorial, se ha desarrollado un filtro de Kalman extendido con iteración local, basado en un filtro no lineal evolutivo implementado mediante algoritmos genéticos que mejora la integración de la información sensorial del sistema.

Las técnicas propuestas en la presente tesis han sido implementadas en un sistema real, que ha permitido comprobar la bondad, fiabilidad, robustez y flexibilidad de los módulos descritos.

## **9.2 Futuras líneas de trabajo.**

Como líneas de investigación futuras, cabe señalar la fusión de los métodos existentes de planificación de la percepción y de planificación de trayectorias, en un único planificador, que proporcione la mejor trayectoria en función del mapa de marcas y del entorno, con la finalidad de disminuir el coste asociado a la adquisición e identificación de las marcas, pudiéndose definir puntos críticos en los que se recomiende la relocalización tales como paso de puertas, cambios de entornos, etc.

Para facilitar dicha tarea de planificación global, también se ha considerado la posibilidad de utilizar el sistema de percepción del vehículo durante el cumplimiento de las misiones, para generar mapas dinámicos del entorno, de modo que dicha información pueda ser posteriormente utilizada en tareas de replanificación y en la generación de nuevas acciones de control.

Desde el punto de vista de los algoritmos de percepción realizados, su extensión pasa por la incorporación de nuevos elementos pertenecientes al entorno de trabajo, que incluso podrían ser seleccionados y almacenados en fases previas de entrenamiento y aprendizaje con sus correspondientes puntos de relocalización.

En relación a las fases de selección y aprendizaje de marcas del entorno, se plantea una posible combinación de técnicas de localización geométricas y topológicas, que permita posicionar el vehículo a través de elementos dinámicos, así como aportar información a los módulos de supervisión y piloto.

En un futuro próximo se va a incorporar al vehículo un telémetro láser, con la finalidad de aumentar el rango de distancias, la precisión y número de medidas, introduciendo una mejora en la resolución del método de la proyección descrito en el capítulo 6, para la localización del vehículo en entornos estructurados. Además, se pretende que la información proporcionada se fusione con el resto de información sensorial con el objetivo de contribuir a la generación del mapa del entorno.

En cuanto al tiempo de cómputo de los algoritmos descritos, cabe la posibilidad de su reprogramación sobre un Sistema Operativo de Tiempo Real (LINUX Posix-4, Lynx, etc.).

Por último, se debe señalar que los diferentes módulos tratados en la presente tesis se pretenden adaptar a la arquitectura de control de un vehículo para funcionamiento en entornos exteriores.

## Apéndice A

### Lógica fuzzy.

---

#### A.1 Definición de un conjunto fuzzy.

En la teoría de conjuntos fuzzy [Zad65], a los conjuntos normales se les denomina precisos, para diferenciarlos de los conjuntos fuzzy.

Si  $C$  es un conjunto preciso definido sobre un universo de discurso  $U$ , entonces de cualquier elemento  $u$  de  $U$  se puede decir que pertenece o no pertenece a  $C$ . En la teoría de conjuntos fuzzy se generaliza esta propiedad, de manera que se define una función de

pertenencia que asigna a cada elemento  $u$  de  $U$  un valor en el intervalo  $\{0,1\}$  que indica el grado de pertenencia de dicho elemento al conjunto fuzzy  $F$ . El grado de pertenencia representa un grado de posibilidad de que un predicado sea cierto.

La función de pertenencia  $\mu_F$  de un conjunto fuzzy  $F$  es una función:

$$\mu_F : U \rightarrow [0,1] \quad (A.1)$$

Con esta definición, todo elemento  $u \in U$  tiene un grado de pertenencia  $\mu_F(u) \in [0,1]$ . El conjunto fuzzy  $F$  está determinado por el conjunto de n-tuplas:

$$F = \{u, \mu_F(u) | u \in U\} \quad (A.2)$$

Se dice que un conjunto es normal si y sólo si existe y es único un valor  $x$  para el que  $\mu_F(x)=1$ .

## A.2 Operaciones lógicas.

Las operaciones lógicas básicas que se definen sobre los conjuntos fuzzy son las mismas que en la teoría de conjuntos: igualdad, inclusión, unión, intersección y complementación.

- Dos conjuntos fuzzy son iguales,  $A=B$ , si y sólo si:

$$\forall x \in X : \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad (A.3)$$

- $A$  es un subconjunto de  $B$ ,  $A \subseteq B$ , si y sólo si:

$$\forall x \in X : \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad (A.4)$$

La definición de las operaciones AND, OR y NOT propuesta por Zadeh [Zad65] es la siguiente:

- La intersección de dos conjuntos fuzzy,  $A \cap B$ , se define como:

$$\forall x \in X : \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (A.5)$$

La unión de dos conjuntos fuzzy cumple las propiedades conmutativa y asociativa.

La implicación Mandani es la más importante y utilizada en control fuzzy. Su definición se basa en la operación de intersección, es decir  $p \rightarrow q \equiv (p \wedge q)$ . La relación  $R_c$  (c de conjunción) se define como:

$$\begin{aligned} R &= (ce(A) \cap ce(B)) \\ \mu_{R_c}(x, y) &= \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \end{aligned} \quad (A.6)$$

- La unión de dos conjuntos fuzzy,  $A \cup B$ , se define como:

$$\forall x \in X: \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (A.7)$$

La unión de dos conjuntos fuzzy cumple las propiedades conmutativa y asociativa.

- El conjunto fuzzy complementario de uno dado, se define como:

$$\forall x \in X: \mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (A.8)$$

### A.3 Razonamiento aproximado.

La unidad de representación de conocimiento fundamental en razonamiento aproximado es la noción de variable lingüística.

Una variable lingüística se compone de los siguientes elementos:

- nombre simbólico.
- valores lingüísticos que puede tomar.
- dominio físico real sobre el que la variable lingüística toma sus valores cuantitativos precisos. también es conocido como universo de discurso.
- una función semántica que da significado a un valor de la variable lingüística en función de los elementos cuantitativos de la misma. Se puede entender como el conjunto de las funciones de pertenencia asociadas a los distintos términos lingüísticos.

El razonamiento aproximado es utilizado para representar y razonar con conocimiento expresado por medio de *primitivas atómicas*, las cuales están expresadas por medio de lenguaje natural.

## A.4 Representación de un conjunto de reglas.

En un sistema de  $n$  reglas, cada una puede representarse simbólicamente como:

$$\text{IF } e \text{ es } LE^{(k)} \text{ THEN } u \text{ es } LU^{(k)}, k=1, \dots, n \quad (\text{A.9})$$

La función de pertenencia de la entrada precisa fuzzyficada  $e^*$  es:

$$e=e^* : \mu^*(e) = 1 \quad (\text{A.10})$$

y 0 en otro caso, y el significado del conjunto de reglas se define como:

$$\begin{aligned} \forall e, u: \mu_R(e, u) &= \max_K (\mu_R^{(k)}(e, u)) \\ \forall e, u: \mu_R(e, u) &= \max_K (\min(\mu_{LE}^{(k)}(e), \mu_{LU}^{(k)}(u))) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

La técnica habitual consiste en disparar las reglas individualmente, resultando una serie de  $n$  conjuntos recortados, para posteriormente hacer la unión vía máximo de todas las salidas.

## A.5 Estructura de un regulador fuzzy.

La estructura típica de un regulador fuzzy está compuesta por los siguientes módulos:

- Módulo de fuzzyficación.
  1. Lleva a cabo la transformación de escala (normalización de la entrada) que convierte los valores físicos reales de las variables de estado del proceso en valores definidos dentro de un universo de discurso normalizado.
  2. Realiza la operación de fuzzyficación, con la que se convierte un valor puntual de la variable de estado del proceso en un conjunto fuzzy, con el fin de hacerlo compatible con la representación por conjuntos fuzzy de las variables de estado utilizadas en los antecedentes de las reglas.
- Base de conocimiento. Constituido por una base de datos y una base de reglas.
  1. La base de datos es la encargada de suministrar toda la información necesaria para el funcionamiento adecuado de los módulos de fuzzyficación, de la base de reglas y

del módulo de defuzzyficación. La información que contiene incluye los conjuntos fuzzy que representan el significado de las variables lingüísticas de las variables de proceso y de salida, los dominios físicos normalizados, así como los factores de normalización y desnormalización.

2. La base de reglas se encarga de representar de una forma estructurada la política de control que el operador de proceso deseen en forma de conjunto de reglas. los parámetros de diseño en la base de reglas incluyen la elección de las variables de proceso y salidas de control más adecuadas, la elección de los contenidos de los antecedentes y consecuentes de las reglas, la elección del conjunto de términos para las variables de proceso y de salida, y la generación del conjunto de reglas.

- Motor de inferencia.

Se presentan dos posibles enfoques según se trate de inferencia basada en la composición de reglas o bien inferencia basada en reglas individuales. En cualquier caso, podemos decir que la función básica de un motor de inferencia es calcular el valor global de la salida basado en las contribuciones de todas las reglas de la base de reglas.

- Módulo de defuzzyficación.

Es el encargado de convertir el valor de la salida de control, que es un valor fuzzy, en un valor puntual y preciso, y realiza el proceso de desnormalización para convertir el valor de la salida normalizado en un valor correspondiente al dominio físico real.





## Apéndice B

# Mínimos cuadrados.

---

### B.1 Introducción.

Los métodos de regresión nos permiten poder construir un modelo para representar la dependencia lineal de una variable respuesta  $y$ , respecto a otra variable explicativa  $x$  [SanfWei85][DrapSmi81]. Las relaciones que observamos entre las variables suelen caracterizarse porque el conocimiento de una variable permite predecir en mayor o menor grado el valor de la otra, diremos entonces que existe una relación estadística o estocástica entre ellas. Los métodos de regresión estudian la construcción de modelos explicativos para este tipo de relaciones.

## B.2 Hipótesis básicas.

La hipótesis estructural básica del modelo es:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon \quad (\text{B.1})$$

donde para un valor dado  $X$ , su correspondiente  $Y$  observado consiste en el valor  $\beta_0 + \beta_1 X$  más una cantidad  $\varepsilon$ , que indica la diferencia entre el valor real y el estimado mediante la recta de regresión.  $\beta_0$  y  $\beta_1$  son los parámetros del modelo.

Ahora bien,  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  y  $\varepsilon$  son valores desconocidos, debiendo considerar que el valor de  $\varepsilon$  varía para cada observación  $Y$ , pudiendo establecer que:

- su esperanza es nula:

$$E[\varepsilon] = 0 \quad (\text{B.2})$$

- su varianza es siempre constante:

$$\text{Var}(\varepsilon) = \sigma^2 \quad (\text{B.3})$$

Sin embargo,  $\beta_0$  y  $\beta_1$  se mantienen fijas, y aunque no podemos calcularlas exactamente sin examinar todas las posibles ocurrencias de  $X$  e  $Y$ , podemos utilizar la información obtenida por las  $n$  observaciones para establecer una estimación  $b_0$  y  $b_1$  de ellas. Así podremos escribir:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X \quad (\text{B.4})$$

donde  $\hat{Y}$  es el valor predicho de  $Y$  para una  $X$  dada, cuando los parámetros  $b_0$  y  $b_1$  han sido determinados. La estimación anterior puede ser usada como una ecuación predictiva.

## B.3 Estimación por el método de mínimos cuadrados.

Supongamos que disponemos de un conjunto de  $n$  observaciones  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ . La expresión B.1 establece que:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \quad (\text{B.5})$$

para  $i=1,2,\dots,n$ , de tal forma que la suma de los cuadrados de las desviaciones sobre la recta de regresión vendrá dada por:

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \quad (\text{B.6})$$

Debemos escoger nuestros estimadores  $b_0$  y  $b_1$  de tal forma que produzcan en la expresión B.6 el mínimo valor posible de  $S$ .

El cálculo de  $b_0$  y  $b_1$  se realiza a través de la derivada de B.6 respecto a  $\beta_0$  y  $\beta_1$ , igualando dichas derivadas a cero:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial \beta_0} &= -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) \\ \frac{\partial S}{\partial \beta_1} &= -2 \sum_{i=1}^n x_i (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

de modo que los estimadores de  $b_0$  y  $b_1$  vienen dados por:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i) &= 0 \\ \sum_{i=1}^n x_i (y_i - b_0 - b_1 x_i) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

si agrupamos términos en la expresión anterior se obtienen las *ecuaciones normales*:

$$\begin{aligned} b_0 n + b_1 \sum_{i=1}^n x_i &= \sum_{i=1}^n y_i \\ b_0 \sum_{i=1}^n x_i + b_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 &= \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Si representamos en términos matriciales la ecuación B.9, se obtiene la siguiente ecuación matricial:

$$(X^T X)b = X^T Y \quad (\text{B.10})$$

luego:

$$b = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (\text{B.11})$$

Dado que  $X^T X$  es siempre no singular, la ecuación B.11 permite calcular los estimadores para la recta de regresión mediante el método de mínimos cuadrados. Cabe

destacar que esta expresión es válida para cualquier tipo de regresión lineal, independientemente de la dimensión de ésta.

#### B.4 Varianzas y covarianzas de $b_0$ y $b_1$ .

Las varianzas de  $b_0$  y  $b_1$  vienen definidas por:

$$V(b_1) = \frac{\sigma^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$V(b_0) = V(\bar{y} - b_1 \bar{x}) = \sigma^2 \left[ \frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right] = \frac{\sigma^2 \sum \bar{x}^2}{n \sum (x_i - \bar{x})^2} \quad (\text{B.12})$$

mientras que la covarianza es:

$$\begin{aligned} \text{cov}(b_0, b_1) &= \text{cov}(\bar{y} - b_1 \bar{x}, b_1) \\ &= -\bar{x} V(b_1) \\ &= -\frac{\sigma^2 \bar{x}}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

La matriz de varianzas y covarianzas del vector  $b$  será:

$$V(b) = V \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V(b_0) & \text{cov}(b_0, b_1) \\ \text{cov}(b_0, b_1) & V(b_1) \end{pmatrix} = (X^T X)^{-1} \sigma^2 \quad (\text{B.14})$$

#### B.5 Varianza de $\hat{Y}$ .

Sea  $x_0$  un valor seleccionado de  $X$ . El valor predicho para  $Y$  será:

$$\hat{y}_0 = b_0 + b_1 x_0 \quad (\text{B.15})$$

Definamos el vector  $X_0$  como:

$$X_0^T = (1, x_0) \quad (\text{B.16})$$

permitiéndonos poder escribir:

$$\hat{y}_0 = (1, x_0) \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} = X_0^T b = b^T X_0 \quad (\text{B.17})$$

Puesto que  $\hat{y}_0$  es una combinación lineal de las variables aleatorias  $b_0$  y  $b_1$ , se cumple que:

$$V(\hat{y}_0) = V(b_0) + 2x_0 \text{cov}(b_0, b_1) + x_0^2 V(b_1) \quad (\text{B.18})$$

Empleando términos matriciales, la expresión anterior podría expresarse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} V(\hat{y}_0) &= \begin{bmatrix} 1 & x_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(b_0) & \text{cov}(b_0, b_1) \\ \text{cov}(b_0, b_1) & V(b_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x_0 \end{bmatrix} \\ &= X_0^T (X^T X)^{-1} \sigma^2 X_0 \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

Un valor estimado puede obtenerse sustituyendo  $\sigma^2$  por  $s^2$ .



## Bibliografía.

---

- [AndMoo79] Anderson, B. D., Moore, J.; "Optimal Filtering". Prentice Hall, Inc., (1979).
- [BarDur95] Barshan, B., Durrant-White, H.; "Inertial Navigation Systems for Mobile Robots". IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol 11, N° 3, pp 328-342, June (1995).
- [BarFor88] Bar-Shalom, Y.; Fortmann, T. E.; "Tracking and data association". Academic Press (1988).
- [Bau95a] Bauer, R. "Dynamic path planning integrating self-localization and landmark extraction". Intelligent and Autonomous Systems IAS-4. Proceedings of the International Conference, pp 420-26, (1995).

- [Bau95b] Bauer, R. "Active Manoeuvres for supporting the localization process of an autonomous mobile robot". *Robotics and Autonomous Systems*, vol 16, pp 39-46, (1995).
- [Borens95] Borenstein, J.; Wehe, D.; Feng, L.; Koren, Y.; "Mobile robot navigation in narrow aisles with ultrasonic sensors". *ANS 6th Topical Meeting on Robotics and Remote Systems*, Monterrey, (1995).
- [BoFe96] Borenstein, J.; Feng, L.; "Measurement and correction of systematic odometry errors in mobile robots". *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol 12, (1996).
- [Byler95] Byler, E., Chun, W., Hoff, W., Layne, D.; "Autonomous Hazardous Waste Drum Inspection Vehicle". *IEEE Robotics and Automation Magazine*, pp 6-17, March (1995).
- [Cox91] Cox, I.J.; "Blanche -An experiment in guidance and navigation of an autonomous robot vehicle". *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol 7, N° 2, pp 193-204, Abril (1991).
- [CroRei92] Crowley, J.L.; Reignier, P.; "Asynchronous control of rotation and translation for a robot vehicle". *Robotics and autonomous systems* vol. 10, pp 243-251, (1992).
- [ChaPoKi92] H. Chang, T. Poston, K. Kim, "A Closed Form 3D Self-Localization for a Mobile Robot Using a Single Camera and a Rectangular Guide-Mark". *ICARCV (Second International Conference on Automation, Robotics and Computer Vision)*, (1992).
- [CheCro92] Chenavier F., Crowley J., "Position estimation for a mobile robot using vision and odometry." *IEEE Int Conf. on Rob. and Aut.* pp 2631-37, Nice-France, Mayo (1992).
- [ChonKle97] Chong K., Kleeman L. "Accurate Odometry and Error Modelling for a Mobile Robot". *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. New Mexico, pp 2783-2788, April (1997).
- [Christen94] Christensen, H.; Kirkeby, N.; Kristensen, S.; Knudsen, L.; Granum, E.; "Model-driven vision for in-door navigation". *Robotics and Autonomous Systems* 12, pp 199-207, (1994).
- [DenMil96] Deng, X., Milios, E.; "Landmark selection strategies for path execution". *Robotics and Autonomous Systems*, vol 17, pp 171-185, (1996).



- 
- [DrapSmi81] Draper, N. R., Smith, H.; "Applied Regression Analysis". Wiley Series in Probability & Mathematical Statistics (1981).
- [Eng96] Enge, P.; Walter, T.; Pullen, S.; Chandon, K.; Chao, Y.; Tsai, Y.; "Wide Area Augmentation of the Global Positioning System". Proceedings of the IEEE, Vol 84, n° 8, pp 1063-1089, August (1996).
- [Escal96] Escalera, A.; Moreno, L.; Salichs, M.A.; Armingol, J.M.; "Continuous mobile robot localization by using structured light and a geometric map". International Journal of Systems Science, Vol 27, n° 8, pp 771-782, (1996).
- [Eve89] Everett, H.R.; "Survey of collision avoidance and ranging sensors for mobile robots". Robotics and autonomous systems 5, (1989).
- [Eve95] Everett, H.R.; "Sensors for mobile robots: Theory and Applications". A K Peters, Ltd, (1995).
- [Faug93] Faugeras, O.; "Three-Dimensional Computer Vision. A Geometric Viewpoint". The MIT Press, Massachusetts, (1993).
- [FleBar93] S. Fleury, T. Baron, "Absolute External Mobile Robot Localization Using a Single Image". Proceedings of the SPIE-The International Society for Optical Engineering, Vol 1831, pp 131-43, (1993).
- [Fu81] Fukui, I.; "TV image processing to determine the position of a robot vehicle". Pattern recognition, 14, 101-109, (1981).
- [GarMas92] Garibotto G.B., Masciangelo S. "3D computer vision for navigation/control of mobile robots" Machine Perception (AGARD-LS-185) p5/1-13, Madrid (1992).
- [GilSchmi94] A. Gilg, G. Schmidt, "Landmark-Oriented Visual Navigation of a Mobile Robot". IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 41, August (1994).
- [Gold89] Goldberg, D.E.; "Genetic Algorithm in Search, Optimization, and Machine Learning". Addison Wesley Publishing Company, (1989).
- [GreAn93] Grewal, M.; Andrews, A.; "Kalman Filtering, Theory and Practice". Prentice Hall Inc. (1993).
- [HanRhe94] Han M.; Rhee, S.; "Navigation control for a mobile robot". Journal of Robotics Systems 11 (3), 169-179 (1994).
-

- [HarSha92] Haralick, R.; Shapiro, L.; "Computer and Robot Vision". Addison Wesley Publishing Company (1992).
- [KabAre87] Kabuk A.C., Arenas A.E., "Position verification of a mobile robot using a standard pattern". J. Robotics Automat, vol.RA-3, pp 505-516, Diciembre (1987).
- [KaHasHar95] Kang, D.; Hashimoto, H.; Harashima, F., "Path generation for mobile robot navigation using genetic algorithm". Proceedings of the 1995 IEEE IECON. First International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation, vol 1, pp 167-172, (1995).
- [KanMiu93] Kanbara T., Miura, J.; "Selection of efficient landmarks for an autonomous vehicle". Proceedings of the 1993 IEEE/RSJ. International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp 26-30, (1993).
- [KosKak92] Kosaka A., Kak A., "Fast vision-guided mobile robot navigation using model-based reasoning and prediction of uncertainities". CVGIP:Image understanding, vol 56, nº3, pp 271-329, noviembre (1992).
- [KimCho94] J. H. Kim, H. S. Cho, "Experimental Investigation for the Estimation of a Mobile Robot's Position by Linear Scanning of a Landmark". Robotics and Autonomous Systems 13, pp 39-51, (1994).
- [LaFoWe96] U. Larsson, J. Forsberg, A. Wernersson, "Mobile robot localization: integrating measurements from a time-of-flight laser". IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol 43, nº 3, Junio (1996).
- [LaRiDho93] J.M. Lavest, G. Rives, M. Dhome, "Three-Dimensional Reconstruction by Zooming". IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 9, April (1993).
- [LazLat92] Lazanas, A., Latombe, J.C.; "Landmark-Based Robot Navigation". 10th National Conf. on Artificial Intelligence (AAAI'92), San José (USA). (1992).
- [LazLat95] Lazanas, A., Latombe, J.C.; "Motion planning with uncertainty: a landmark approach". Artificial Intelligence 76, pp 287-317, (1995).
- [LecGar92a] Le Corre, J.F.; García, G.; "Real time determination of the location and speed of mobile robots running on non planar surfaces". International Conference on Robotics and Automation, pp 2594-9, (1992).
- [LecGar92b] J. F. Le Corre, G. Garcia, "SIREM: System for the Measurement of the Location and Speed of Mobile Robots on Jobsites of the Future", 8th

- 
- International Conference on CAD/CAM, Robotics and Factories of the Future, vol. 2 pp 1918-32, (1992).
- [LeeSheWa94] Lee, P.; Shen, Y., Wang, L.; "Model-based location of automated guided vehicles in the navigation sessions by 3D computer vision". Journal of Robotics Systems 11 (3), 181-195 (1994).
- [LeoDur91a] Leonard, J.J., Durrant-White H.F.; "Mobile robot localization by tracking geometric beacons". IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol 7, n° 3, Junio (1991).
- [LeoDur91b] Leonard, J.J., Durrant-White H.F.; "Simultaneous map building and localization for an autonomous mobile robot". IEEE Int Workshop on Intell. Robots and Systems IROS'91, (1991).
- [LeoDur92] Leonard, J.J.; Durrant-White H.F.; "Directed sonar sensing for mobile robot navigation". Kluwer Academic Publishers (1992).
- [Mat96] Matrox ; "Matrox User Guide". (1996).
- [Moreno95] Moreno, L., Salichs, M.A., Gachet, D., Pimentel, J.; "Neural networks for mobile robot piloting control". Applications of Artificial Neural Networks in Robotic Control. Prentice Hall. pp 137-161. (1995).
- [NiOhYu95] T. Nishizawa, A. Ohya, S. Yuta, "An Implementation of On-board Estimation for a Mobile Robot. EKF Based Odometry and Laser Reflector Landmarks Detection". IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp 395-400. (1995).
- [OrLoLa94] T. D'Orazio, F. P. Lovergine, M. Ianigro, "Mobile Robot Position Determination Using Visual Landmarks". IEEE Transactions on Industrial Electronics, pp 654-662, Diciembre (1994).
- [Pat96] J.M. Armingol, F.J. Sánchez, A. de la Escalera, M.A. Salichs, L. Moreno; "Sistema de control de una óptica motorizada de distancia focal variable". Patente con número de solicitud P9601706. Julio (1996).
- [PoDuRo96] Potvin, J.; Dubé, D.; Robillard, C., "A hybrid approach to vehicle routing using neural networks and genetic algorithms". Applied Intelligence, vol 6, pp 241-252. (1996).
- [PriIllKit90] Princen, J.; Illingworth, J.; Kittler, J., "A Hierarchical Approach to Line Extraction Based on the Hough Transform". Computer Vision, Graphics, and Image Processing, pp 57-77. (1990).
-

- [RicLio95] Ricotti, M., Liotta, A. "Real Time landmarks detection for the Mobile Robot PARIDE". Proceedings of the SPIE, vol 2423, pp 60-71, (1995).
- [Salichs93] Salichs, M.A., Puente, E. A., Moreno, L., Pimentel, J.; "A software development environment for autonomous mobile robots". Recent Trends in Mobile Robot. World Scientific Series in Robotics and Automated Systems-Vol. 11. World Scientific. pp 211-253. (1993).
- [Salichs94] Salichs, M.A., Gachet, D., Moreno, L., Pimentel, J.; "Learning and control in autonomous systems". AIRTC'94. Symposium on Artificial Intelligent in Real Time Control. (1994).
- [SanfWei85] Sanford, Weisterg; "Applied Linear Regression". Wiley Series in Probability & Mathematical Statistics (1985).
- [SatAgga97] Sato, M., Aggarwal, J.K. "Estimation of Position and Orientation from Image Sequence of a Circle". Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation. New Mexico, pp 2252-2257, April (1997).
- [Schön96] Schönberg, T.; Ojala, M.; Suomela, J.; Torpo, A.; Halme, A.; "Positioning and autonomous off-road vehicle by using fused DGPS and inertial navigation". International Journal of Systems Science, Vol 27, nº 8, pp 745-752, (1996).
- [SchuAnHa93] R. Schuster, N. Ansari, A. Bani-Hashemi, "Steering a Robot with Vanishing Points". IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol 9. Agosto (1993).
- [SkeLum94] Skewis, T.; Lumelsky, V.; "Experiments with a mobile robot operating in a cluttered unknown environment". Journal of Robotics Systems 11 (4), 281-330 (1994).
- [SteMed92] Stein F., Medioni G., "Map-based localization using the panoramic horizon.", IEEE Int Conf. on Rob. and Aut. pp 2631-37, Nice-France, Mayo (1992).
- [TalAgg90] Talluri R., Aggarwal J.K. "Position estimation for an mobile robot in an unstructure environment". Proc IEEE Int. Conf. Robots Syst, IROS'90, Japan, pp 159-166, Julio (1990).
- [TalAgg92] Talluri R., Aggarwal J.K. "Position estimation for an autonomous mobile robot in a outdoor environment". IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol 8, nº 5, Octubre (1992).

- 
- [TalAgg96] Talluri R., Aggarwal J.K. "Mobile robot self-location using model-image feature correspondence". IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol 12, n° 1, February (1996).
- [TaMa96] Tang, K.; Man, K.; Kwong, S.; He, Q.; "Genetic Algorithms and their applications". IEEE Signal Processing Magazine, vol 13, n° 6, November (1996).
- [Tsai86] Tsai R.Y.; "An Efficient and accurate camera calibration technique for 3D machine vision ". Computer Vision and Pattern Recognition, 364-374, (1986).
- [WatYut90] Watanabe Y., Yuta S., "Position estimation of mobile robots with internal and external sensors using uncertainty evolution technique" Procc. Conf. on Rob. and Aut., Cincinnati, Ohio, USA, pp 2011-16 Vol 3, (1990).
- [WeWaDi95] P. Weckesser, F. Wallner, R. Dillmann, "Position correction of a mobile robot using predictive vision". Intelligent Autonomous Systems, IOS Press, (1995).
- [YuXi96] Yun, W.; Xi, Y.; "Optimum motion planning in joint space for robots using genetic algorithms". Robotics and Autonomous Systems, vol 18, pp 373-393, (1996).
- [Zad65] Zadeh, L., "Fuzzy sets". Information and Control, vol 8, (1965).
- [ZhaBe92] Y. Zhao, S.L. BeMent, "Kinematics, Dynamics and Control of Wheeled Mobile Robots ". International Conference on Robotics and Automation, May (1992).
- [ZheBarTsu91] J. Y. Zheng, M. Barth, S. Tsuji, "Autonomous Landmark Selection for Route Recognition by a Mobile Robot". International Conference on Robotics and Automation, April (1991).